1 Preferencias e instituciones

Existencia de un equilibrio de votación y agregación de preferencias individuales a través de la regla de la mayoría.

1.1 Un problema de política general

Vector de políticas: $\vec{q}$

Votantes heterogéneos, caracterizados por atributo: α^i
Consumo: c^i
Vector de variables de mercado: $\vec{p}$
Preferencias de 'i': $U\left(c^i, \vec{q}, \vec{p}; \alpha^i\right)$

Utilidad indirecta del votante i:

$$\tilde{W}\left(\vec{q},\vec{p};\alpha^{i}\right)=\underset{c^{i}}{\mathrm{Max}}\ \left\lfloor U\left(c^{i},\vec{q},\vec{p};\alpha^{i}\right)\middle| H\left(c^{i},\vec{q},\vec{p};\alpha^{i}\right)\geq 0\right\rfloor$$

El gobernante fija $\vec{q}$, respetando restricción: $G\left(\vec{q},\vec{p}\right)=0$

$$\Rightarrow \qquad \vec{p}=p(\vec{q})$$

El individuo, como *agente político*, incide en q (votando, haciendo lobby, etc.). Busca maximizar la *función de preferencias de política*:

$$W\left(\vec{q};\alpha^{i}\right)=\tilde{W}\left(\vec{q},p(\vec{q});\alpha^{i}\right)$$

Política preferida del agente ‘i’: $q\left(\alpha^{i}\right) = \underset{\vec{q}}{\text{Argmax}}\ W\left(\vec{q};\alpha^{i}\right)$

Nota: estamos suponiendo que una y sólo una política maximiza la función de preferencias de política.

Conflicto en las preferencias de distintos individuos. ¿Cómo agregan estas preferencias las instituciones políticas?

Teorema de imposibilidad de Arrow: no hay una regla general que permita a una democracia agregar las preferencias individuales que satisfaga los siguientes criterios:

- Dominio irrestricto = orden de preferencias completo
- No dictatorial = la función de bienestar social no puede replicar las preferencias de un solo individuo
- Eficiente en el sentido de Pareto
- Independiente de las opciones irrelevantes

En particular, el voto mayoritario no siempre genera equilibrios políticos bien definidos...

Definición: Se verifica la *regla pura de la mayoría* si se cumple que:

A1. *Democracia directa*: los ciudadanos eligen las políticas.

A2. *Voto sincero*: ciudadanos votan por la opción que prefieren.

A3. *Agenda abierta*: se vota sobre pares de opciones. La opción triunfadora en una ronda se enfrenta luego a otra opción. El conjunto de alternativas incluye todas las políticas posibles.

■

Paradoja de Condorcet: puede no existir un ganador bajo la regla pura de la mayoría.

Ejemplo:

Tres votantes: A, B y C
Tres políticas o políticos: 1, 2 y 3
Orden de preferencias:

$$A: 1 \succ 2 \succ 3$$

$$B: 2 \succ 3 \succ 1$$

$$C: 3 \succ 1 \succ 2$$

Proceso de votación:

- Primera ronda: 1 vs 2
  A y C votan 1, B vota 2 $\Rightarrow$ Gana 1.
- Segunda ronda: 1 vs 3
  A vota 1, B y C votan 3 $\Rightarrow$ Gana 3.

- Tercera ronda: 3 vs 2
  A y B votan 2, C vota 3 $\Rightarrow$ Gana 2.

$\Rightarrow$ No hay ganador de Condorcet. Siempre hay una mayoría que quiere cambiar la política elegida en una ronda anterior.

Soluciones:

- Restricciones en las preferencias.

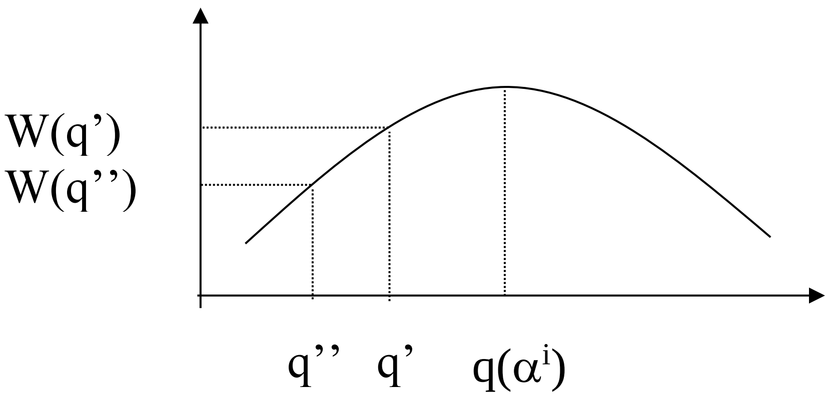
- Restricciones en las instituciones políticas.

1.2 Restringiendo las preferencias

1.2.1 Política unidimensional (q escalar)

Definición 1. La política q* es **ganadora de Condorcet** si derrota a cualquier otra opción de política factible en votaciones de pares de opciones.

Definición 2. Las preferencias de política del votante i tienen **un solo pico** si $q'' \leq q' \leq q(\alpha^i)$ o $q'' \geq q' \geq q(\alpha^i)$ implican que: $W(q''; \alpha^i) \leq W(q'; \alpha^i)$.


W(q')
W(q'')
q''
q'
q(αⁱ)

Teorema 1 del votante mediano (Black, 1948)

Si todos los votantes tienen preferencias con un solo pico, la política preferida por el votante mediano (q^m) es ganadora de Condorcet.

Demostración: individuos con política preferida $q(\alpha^i)>q^m$ prefieren q^m a cualquier $q'<q^m$. Estos son al menos la mitad. Análogo para $q''>q^m$.

Corolario 1. q^m es la única política de equilibrio bajo la regla pura de la mayoría.

Problema: no es posible asegurar que las preferencias sobre políticas tengan un solo pico.

Alternativa: la propiedad de "un solo cruce".

Definición 3. Las preferencias de los votantes satisfacen la condición de un solo cruce si, siendo $q > q'$ y $\alpha^{i'} > \alpha^{i}$ o $q < q'$ y $\alpha^{i'} < \alpha^{i}$, entonces $W(q;\alpha^{i}) \geq W(q';\alpha^{i})$ implica que $W(q;\alpha^{i'}) \geq W(q';\alpha^{i'})$.

Intuición: Si votante i prefiere q a q', entonces todos los votantes "a un lado" de i (los que tienen un α mayor o menor, según el caso, que i) prefieren q a q'.

Ejemplo: q es la tasa de un impuesto redistributivo. Se cumple la condición de un solo cruce si cuando Juan prefiere la mayor de entre dos tasas, todos los votantes más pobres que Juan también prefieren la mayor de las dos tasas.

Teorema 2 del votante mediano (Gans y Smart, 1996; proposición 2 en PT 2000)

Si las preferencias de los votantes satisfacen la propiedad de un solo cruce, la política preferida por el votante mediano es ganadora de Condorcet.

Demostración: todos los votantes con $\alpha^i > \alpha^m$ prefieren q^m frente a cualquier política $q < q^m$. Estos votantes suman la mitad. Análogo para el otro lado, por lo cual q^m es ganadora de Condorcet.

■

Ejemplo 1: Imposición distorsionante redistributiva

Población heterogénea: 'i' dispone de "tiempo efectivo" $1 - \alpha^i$.
Media de $\alpha^i : \alpha$
Mediana de $\alpha^i : \alpha^m$

Impuesto proporcional al ingreso (q) se usa para otorgar transferencia uniforme (f) $\Rightarrow$ se benefician los pobres.

Individuo i resuelve:

$$\underset{c^i, x^i, l^i}{\text{Max}} \; c^i + V\left(x^i\right)$$

$$\text{s.t.} \quad c^i \leq (1-q)\, l^i + f$$

$$x^i + l^i \leq 1 - \alpha^i$$

donde: c = consumo, x = ocio, l = empleo, f = transferencia de suma fija del gobierno, supraíndice identifica al individuo i, V(.) es creciente y cóncava.

En el óptimo no hay desperdicio, por lo que las restricciones son operativas. El problema puede escribirse entonces como:

$$\underset{x^i}{Max}\ (1-q)\left(1-\alpha^i - x^i\right) + f + V\left(x^i\right)$$

CPO: $V_x\left(\hat{x}^i\right) = (1-q)$

El "consumo de ocio" $\left(\hat{x}^i\right)$ resulta creciente en la tasa de impuestos al trabajo:

$$V_{xx}\left(\hat{x}^i\right) d\hat{x}^i = -dq \quad \Rightarrow \quad \frac{d\hat{x}^i}{dq} = -\frac{1}{V_{xx}\left(\hat{x}^i\right)} > 0$$

y la oferta de trabajo es decreciente en la tasa de impuestos al trabajo:

$$\hat{l}^i = 1 - \alpha^i - \hat{x}^i = 1 - \alpha^i - V_x^{-1}(1-q) =$$
$$= 1 - \alpha - V_x^{-1}(1-q) - \left(\alpha^i - \alpha\right) = L(q) - \left(\alpha^i - \alpha\right)$$

(1)

donde L(q) es la oferta de trabajo del individuo medio.

Restricción presupuestal del gobierno:

$$f \leq ql \equiv qL(q) \qquad \textbf{(2)}$$

La función de preferencias de política puede obtenerse usando (1) y (2):

$$W^i\left(q;\alpha^i\right) \equiv L(q) + V\left(1 - L(q) - \alpha\right) - (1 - q)\left(\alpha^i - \alpha\right)$$

(3)

La función de preferencias de política representada en (3):

- puede no satisfacer la condición de un solo pico, pero...
- satisface la condición de un solo cruce, ya que:

a) Si Juan prefiere la tasa q a la tasa q', siendo q >q', los más **pobres** que Juan también prefieren q a q' (es decir la tasa más **alta** de las dos).

Formalmente: si Juan prefiere q a q': $W^{Juan}\left(q\right) > W^{Juan}\left(q'\right)$, siendo q >q', entonces $W^i\left(q\right) > W^i\left(q'\right), \forall i \middle| \alpha^i > \alpha^{Juan}$.

b) Si Juan prefiere la tasa q a la tasa q’, siendo q **<** q’, los más **ricos** que Juan también prefieren q a q’ (es decir la tasa más **baja** de las dos).

Formalmente: si Juan prefiere q a q’: $W^{Juan}(q) > W^{Juan}(q')$, siendo q < q’, entonces $W^{i}(q) > W^{i}(q'), \forall i \middle| \alpha^{i} < \alpha^{Juan}$.

Demostración:

De (3): $W^{Juan}(q) - W^{i}(q) = (1-q)\left(\alpha^{i} - \alpha^{Juan}\right)$

(4)

Por hipótesis, Juan prefiere q a q':

$$W^{Juan}(q) > W^{Juan}(q') \quad \Rightarrow \quad W^{Juan}(q) - W^{Juan}(q') > 0$$

y usando (4):

$$W^{Juan}(q) - W^{Juan}(q') = W^{i}(q) - W^{i}(q') + (q'-q)\left(\alpha^{i} - \alpha^{Juan}\right) > 0$$

$$\Rightarrow \qquad W^{i}(q) - W^{i}(q') > (q - q')\left(\alpha^{i} - \alpha^{Juan}\right)$$

Entonces, ‘i’ también prefiere q a q’, si:

a) siendo q > q’, ‘i’ es más pobre que Juan: $\alpha^{i} - \alpha^{Juan} > 0$, o si

b) siendo q < q’, ‘i’ es más rico que Juan: $\alpha^{i} - \alpha^{Juan} < 0$.

1.2.2 Política multidimensional, conflicto unidimensional
(Grandmont, 1978)

Problema de posible inexistencia de un ganador de Condorcet se agrava con política multidimensional...

Condición suficiente para la existencia de un ganador de Condorcet: **preferencias intermedias:**

- política multidimensional: $\vec{q}$
- heterogeneidad de preferencias de política unidimensional: α^i

$$\Rightarrow \quad W\left(\vec{q};\alpha^i\right)$$

Definición 4: Los votantes tienen **preferencias intermedias** si su función de preferencias de política se puede escribir como

$$W(\vec{q};\alpha^i) = J(\vec{q}) + K(\alpha^i)H(\vec{q})$$

donde:

- $K(\alpha^i)$ es monótona,
- $J(\vec{q})$ y $H(\vec{q})$ son comunes a todos los votantes.

Proposición 3. Si los votantes tienen preferencias intermedias, la política preferida por el votante mediano es ganadora de Condorcet.

Demostración: Votante i prefiere $\vec{q}(\alpha^m)$ frente a $\vec{q}$ si y sólo si:

$$\begin{aligned} W(q(\alpha^m);\alpha^i) &\equiv J(q(\alpha^m)) + K(\alpha^i)H(q(\alpha^m)) \\ &\geq J(\vec{q}) + K(\alpha^i)H(\vec{q}) \equiv W(\vec{q};\alpha^i) \end{aligned}$$

o, lo que es lo mismo, si:

$$J(q(\alpha^m)) - J(\vec{q}) \geq K(\alpha^i)\left[H(\vec{q}) - H(q(\alpha^m))\right] \qquad \textbf{(5)}$$

Dos observaciones:

- (5) se cumple para cualquier política $\vec{q}$, si i es el votante mediano;

- (5) se cumple para *por lo menos* la mitad de los votantes, dado que se cumple para el votante mediano y la función K(.) es monótona.

$\Rightarrow$ $q(\alpha^m)$ es una política ganadora de Condorcet. $\blacksquare$

Intuición: preferencias intermedias implican conflicto unidimensional $\Rightarrow$ política preferida por votante mediano gana.

Ejemplo 2: Riesgo heterogéneo y seguro social

Estados de la naturaleza: $s = 1,..., S$

Probabilidad de ocurrencia del estado s: π_s

Probabilidad individuo i esté ocupado en estado s = $\alpha_s + \alpha^i$

Ingreso de un individuo ocupado: y_s

Seguro social paga beneficios: $\vec{q} = (q_1,...,q_s,...,q_S)$

Seguro social cobra aporte: $\tau_s y_s$

Utilidad: $U(c)$

$\Rightarrow$ Utilidad esperada del individuo i es:

$$W(\vec{q};\alpha^i)=\sum_s \pi_s\left[\left(\alpha_s+\alpha^i\right)U(y_s(1-\tau_s))+\left(1-\alpha_s-\alpha^i\right)U(q_s)\right]$$

Esta utilidad esperada satisface la condición de preferencias intermedias:

$$W(\vec{q};\alpha^i)=\sum_s \pi_s[\alpha_s U(y_s(1-\tau_s))+(1-\alpha_s)U(q_s)]$$
$$+\alpha^i\left[\sum_s \pi_s[U(y_s(1-\tau_s))-U(q_s)]\right]$$

1.3 Restringiendo las instituciones

1.3.1 Ciclos, manipulación de la agenda y voto estratégico.

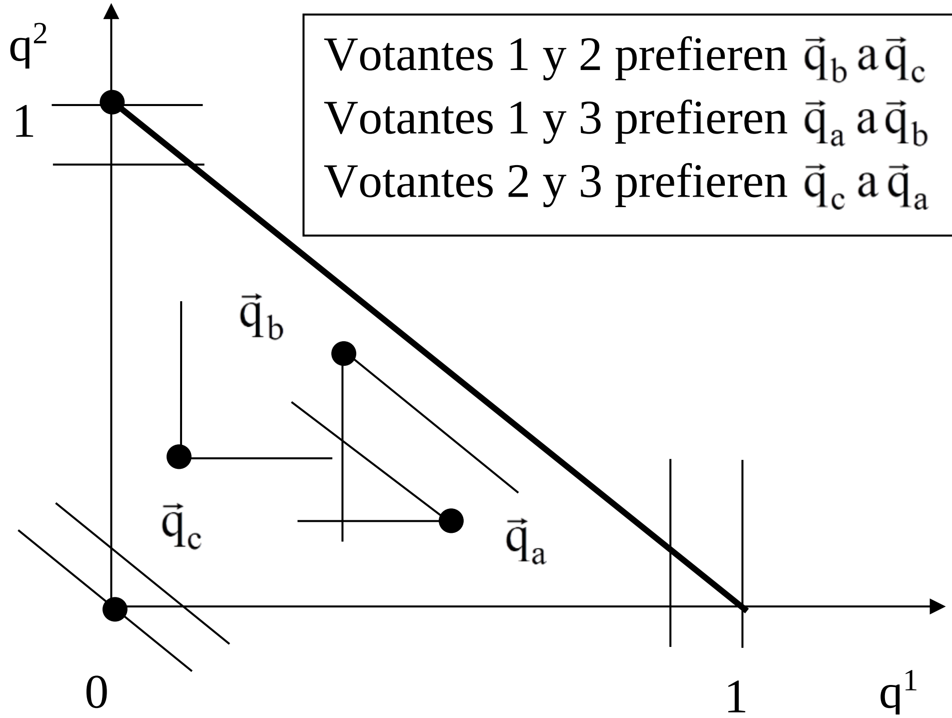
i) Ciclos

Ejemplo: Redistribución pura
Se redistribuye una cantidad fija entre tres votantes:

$$\sum_{i=1}^{3} q^{i} = 1$$

Preferencias de votante i: $W(\vec{q}) = U(q^{i}); \quad U' > 0,\ U'' < 0$

Votantes 1 y 2 prefieren $\vec{q}_b$ a $\vec{q}_c$
Votantes 1 y 3 prefieren $\vec{q}_a$ a $\vec{q}_b$
Votantes 2 y 3 prefieren $\vec{q}_c$ a $\vec{q}_a$



ii) Restricción de la agenda $\Rightarrow$ *manipulación de la agenda.*

Ejemplo
Supuestos:

- Restricción de la agenda: dos rondas de votación, ganador de primera ronda enfrenta en la segunda ronda a la opción excluida en la primera.
- Votante 1 fija la agenda.

Qué agenda elige 1?

- Primera ronda: $\vec{q}_b$ versus $\vec{q}_c$
- Segunda ronda: $\vec{q}_a$ versus ganadora de primera ronda.

$\Rightarrow$ $\vec{q}_b$ vence a $\vec{q}_c$ y luego $\vec{q}_a$ vence a $\vec{q}_b$.

iii) *Voto estratégico* en oposición a *voto sincero*

Voto estratégico: votante elige opción no preferida, para inducir un orden de votación que le favorece.

Ejemplo
Supuestos:

- Restricción de la agenda: dos rondas de votación.
- Votante 1 fija la agenda.
- Votan "sinceramente" 1 y 3 y "estratégicamente" 2.

Primera ronda: $\vec{q}_b$ versus $\vec{q}_c$.

Voto estratégico de 2: elige $\vec{q}_c$, sabiendo que $\vec{q}_b$ sería derrotado por $\vec{q}_a$ en la segunda ronda.

Segunda ronda: $\vec{q}_a$ versus $\vec{q}_c$.

$\vec{q}_c$ vence a $\vec{q}_a$

Conclusión: votando estratégicamente, 2 logra que la política elegida sea $\vec{q}_c$, cuando si hubiera votado sinceramente la política elegida habría sido $\vec{q}_a$.

1.3.2 Modelizando las instituciones de elección de políticas

Democracia representativa

Tres teorías:

- Voto probabilístico.
- Equilibrio inducido por la estructura.
- Modelo del fijador de la agenda.

i) Votación probabilística

Supuesto fundamental: Político conoce imperfectamente la función que mapea de políticas a votos,

$\Rightarrow$ votos esperados son función "suave" de políticas,

$\Rightarrow$ existe equilibrio de Nash.

Ejemplo:

- Dos partidos políticos, A y B, con capacidad de comprometer políticas antes de las elecciones: $\vec{q}_A =$ plataforma electoral de A.
- Preferencias políticas del votante i: $W\left(\vec{q};\alpha^i\right)$
- $\pi_P^i =$ probabilidad que candidatos asignan a que votante i vote por partido P:

  Modelo de voto mayoritario (cierto): $\pi_P^i \in \{0,1\}$

  Modelo de voto probabilístico: $\pi_P^i \in [0,1]$;
- Función de distribución acumulada mapea las preferencias políticas en la probabilidad de voto:

$$\pi_A^i = F^i\left(W\left(\vec{q}_A;\alpha^i\right) - W\left(\vec{q}_B;\alpha^i\right)\right)$$

- Políticos "oportunistas" (=motivados por el cargo), eligen plataformas electorales que maximizan su votación esperada:

$$\underset{\vec{q}_A}{\text{Maximizar}} \sum_i F^i\left(W\left(\vec{q}_A;\alpha^i\right) - W\left(\vec{q}_B;\alpha^i\right)\right)$$

$$\text{sujeto a :} \quad \vec{q}_B \text{ dado}$$

Condiciones de primer orden:

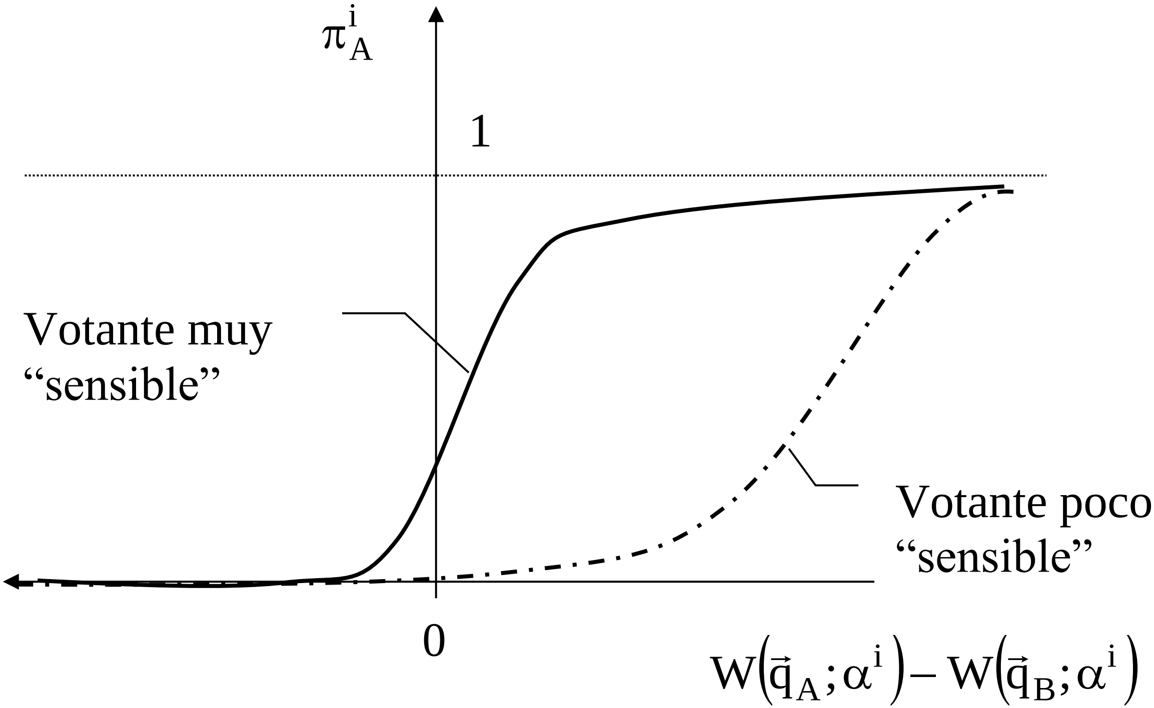
$$\sum_i f^i\left(W\left(\vec{q}_A;\alpha^i\right) - W\left(\vec{q}_B;\alpha^i\right)\right)\frac{\partial W}{\partial \vec{q}_P}\left(\vec{q}_P;\alpha^i\right) = 0 \quad ; \quad P = A, B$$

En el equilibrio, A y B eligen igual plataforma: $\vec{q}_A = \vec{q}_B = \vec{q}^*$

$$\Rightarrow \qquad \sum_i f^i(0) \frac{\partial W}{\partial \vec{q}_P}\left(\vec{q}^*; \alpha^i\right) = 0$$

$\Rightarrow$ Política en equilibrio de voto probabilístico:

- maximiza una función de bienestar social donde votante i recibe ponderación $f^i(0)$;
- favorece a votantes más *sensibles* a las ofertas electorales = votantes más dispuestos a cambiar su voto por favores en una vecindad del equilibrio = votantes con mayor $f^i(0)$.


π_A^i
1
Votante muy "sensible"
Votante poco "sensible"
0
$W(\vec{q}_A;\alpha^i) - W(\vec{q}_B;\alpha^i)$

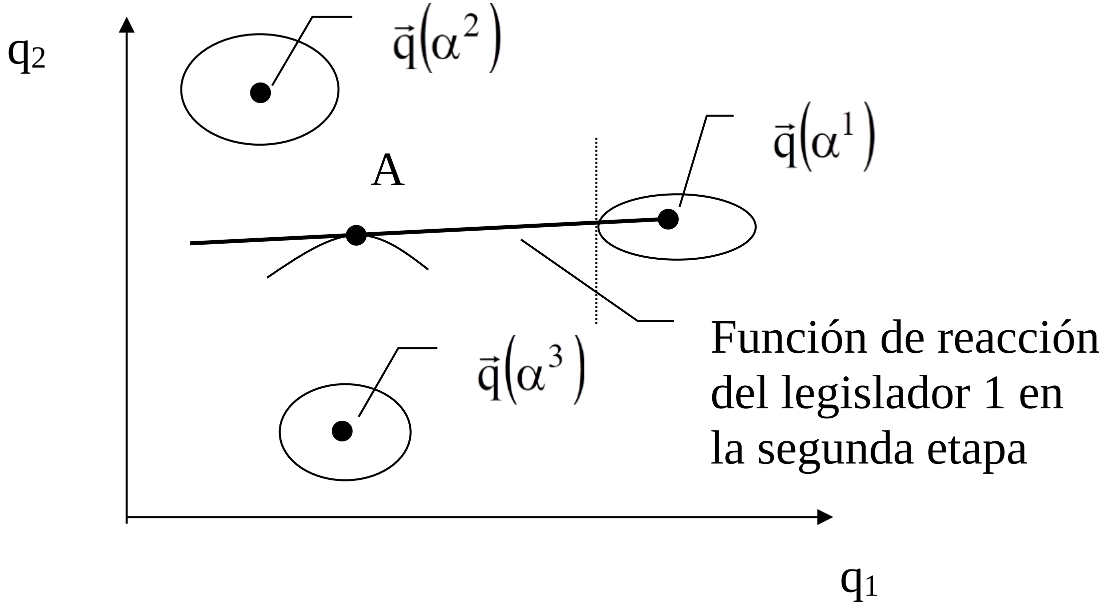
Nota sobre la literatura:

- Ashworth y Bueno de Mesquita (2009) mencionan un artículo de Duggan (2005) que distingue modelos de votación probabilística:
    - “stochastic preference" model: median voter’s ideal point is stochastic;
    - “stochastic partisanship” model”: exogenous valence shock to one of the candidates.
- AB(2009) muestran un resultado de falta de convergencia de políticas que depende en forma crucial de cuál de los dos modelos de votación probabilística se elija.

ii) Equilibrio inducido por la estructura

No se analizan elecciones.
Se analizan decisiones tomadas por grupos de representantes.
Ejemplo:

- Dos dimensiones: q_1 y q_2.
- Decisión tomada por legislatura de tres miembros, i = 1,2,3.
- Preferencias por políticas: $W\left(\vec{q};\alpha^i\right)$. Política preferida por i: $\vec{q}\left(\alpha^i\right)$. Otros puntos: curvas de indiferencia (ver figura siguiente).
- Regla de decisión: voto separado y secuencial en cada dimensión. Se vota primero sobre q_1 y luego sobre q_2.
- Se supone voto sincero.


q_2
$\vec{q}(\alpha^2)$
$\vec{q}(\alpha^1)$
A
Función de reacción del legislador 1 en la segunda etapa
$\vec{q}(\alpha^3)$
q_1

Solución: empezamos por la segunda ronda, y luego vamos a la primera.

Segunda etapa: elección de q_2, dado q_1.

- Legislador 1 es decisivo por ser el votante mediano.
- Dado q_1 (elegido en la primera etapa), legislador 1 elige q_2 buscando acercarse a $\vec{q}\left(\alpha^1\right)$. Gráficamente: tangencia entre vertical y curvas de indiferencia de legislador 1.

$\Rightarrow$ Función de reacción del legislador 1.

Primera etapa:

- Legislador 3 es decisivo.

- Elige el punto sobre la función de reacción del legislador 1 que le permite acercarse más a $\vec{q}\left(\alpha^3\right)$. Gráficamente: tangencia entre función de reacción de 1 y curvas de indiferencia de 3.

$\Rightarrow$ Equilibrio es punto A.

Equilibrio inducido por la estructura: el resultado puede diferir si se cambia el orden, eligiendo primero q_2 y luego q_1.

iii) Fijación de la agenda

Fijador de agenda = político con capacidad de incidir en las opciones disponibles para electores. Pueden proponer y prevenir enmiendas.
$\Rightarrow$ proceso de *agenda cerrada*.

Ejemplo: repartiendo la torta con fijador de agenda.

- Tres legisladores, A, B y C.
- Legislador A fija la agenda y propone la política $\vec{q}_A$.
- Una forma simple de agenda cerrada:
  1. Una ronda de votación.
  2. No hay enmiendas.

3. Se elige la propuesta contra el status quo: $\vec{q} = \overline{q}$

Propuesta $\vec{q}_A$ es aprobada si logra apoyo de dos grupos $\Rightarrow$ legislador A debe ofrecer a B o C una porción q_A^i más atractiva que el status quo: $U\left(q_A^i\right) \geq U\left(\overline{q}^i\right)$.

Resultados:

- Principio de la mínima coalición ganadora: fijador de agenda busca mínima coalición que asegura el triunfo. Los excluidos no obtienen nada.
- Fijador de agenda busca respaldo mayoritario en la forma más barata $\Rightarrow$ integra a la coalición al grupo con menor participación

en el status quo $\Rightarrow$ beneficioso tener una posición negociadora débil!

El papel de las elecciones

Votación probabilística: *política pre-electoral*.

Equilibrios inducidos por la estructura y fijador de agenda: *política post-electoral*.

Papel de las elecciones:

- Elegir políticas comprometidas en la campaña.
- Elegir políticos en quien delegar decisiones que serán tomadas luego.

1.4 Discusión

1. No hay modelo general.

2. Aplicaciones con *conflicto unidimensional:* votante mediano.

3. Aplicaciones con *conflicto multidimensional*: votación probabilística, equilibrios determinados por la estructura y fijadores de agenda.