Programa: Maestría en Economía
Edición: 2021
Curso: Economía Política
Docente: Alvaro Forteza

dECON
Facultad de Ciencias Sociales
UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA

Tercer Juego de Ejercicios

1. (1 punto) Un gobierno tiene que decidir si delegar o no su política cambiaria en un banco central independiente. La función de pérdidas del gobierno es: $E\left[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_g(e_t - e_{t-1})^2\right]$. El *único* candidato disponible para ejercer la presidencia del banco central tiene la siguiente función de pérdidas: $E\left[(e_t - e_{t-1})^2\right]$. En estas condiciones, ¿debería el gobierno delegar la política cambiaria? Fundamente su respuesta.

2. Considere un gobierno que delega la política cambiaria en un Banco Central independiente. El banco implementa una política discrecional, de acuerdo con sus propias preferencias, representadas por una función de pérdidas cuadrática en la inflación y en los desvíos del salario real respecto a la meta de salario real. El gobierno puede elegir autoridades del banco con una tolerancia a la inflación distinta a la del propio gobierno (a_{bc} no necesariamente igual a a_{gob}). ¿Cómo afecta la elección de la autoridad del banco central los siguientes cambios: (i) un aumento de la brecha entre las metas de salario real de la central sindical y del gobierno, (ii) un aumento de la varianza del shock real, (iii) un aumento de la preocupación del gobierno por la inflación? Diga si los cambios mencionados provocan la elección de autoridades más, menos o igualmente "conservadoras", es decir si: (i) $da_{bc}/d(s_U - s_G) >,<,= 0$, (ii) $da_{bc}/d(\sigma^2) >,<,= 0$, y (iii) $da_{bc}/d(a_{gob}) >,<,= 0$. Fundamente su respuesta.

3. Considere un gobierno que delega la política cambiaria en un Banco Central independiente. El banco implementa una política discrecional, de acuerdo con sus propias preferencias, representadas por una función de pérdidas cuadrática en la inflación y en los desvíos del salario real respecto a la meta de salario real. El gobierno puede elegir autoridades del banco con una tolerancia a la inflación distinta a la del propio gobierno (a_{bc} no necesariamente igual a a_{gob}). Demuestre que es óptimo elegir autoridades del Banco Central "conservadoras" $(a_{bc} > a_{gob})$, pero no "ultraconservadoras" $(a_{bc} < \infty)$.

4. (1 punto) Considere una economía en la que una central sindical fija el salario antes de que el gobierno fije el tipo de cambio. Desde la perspectiva del sindicato, hay dos fuentes de incertidumbre: (i) el valor que adoptará un shock de productividad ε y (ii) las preferencias del gobierno por la inflación. El sindicato sabe que la función de pérdidas del gobierno es: $E\left[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_i(e_t - e_{t-1})^2\right]$ y que $a_i = a_1$ con probabilidad p y $a_i = a_2$ con probabilidad $(1-p)$. Muestre que el sesgo inflacionario es $\bar{\kappa}_1$ si el gobierno resulta ser de tipo 1 y $\bar{\kappa}_2$ si el gobierno resulta ser de tipo 2, donde estos parámetros quedan determinados por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$(1 + a_1 - p)\bar{\kappa}_1 = s_U - s_G + (1-p)\bar{\kappa}_2$$

$$(a_2 + p)\bar{\kappa}_2 = s_U - s_G + p\bar{\kappa}_1$$

5. Dos partidos se disputan el gobierno. Ambos proponen combatir el desempleo y la inflación utilizando la política cambiaria, pero ponen distinto énfasis en estos dos objetivos. El partido 1 es más antiinflacionario que el partido 2. Sus funciones de pérdidas son:

$$L_i = Ln(S_t) - Ln(E_t) - s_G + \frac{1}{2Ln(X_i)}\left(Ln(E_t) - Ln(E_{t-1})\right)^2 \quad ; \quad i = 1,2 \quad ; \quad X_1 \leq X_2$$

En el correr del período t-1, se estima que el partido 1 tiene una probabilidad P de ganar la elección que tendrá lugar al final de este período. Una central sindical fija el salario nominal con el objetivo de maximizar el valor esperado de la masa salarial real. El contrato que establece el salario nominal que va a regir después de la elección, es decir durante el período t, debe ser firmado antes de la elección, es decir durante t-1.

5.1. Muestre que el valor esperado antes de la elección (t-1) del tipo de cambio nominal que va a regir después de la elección (t) es: $E[E_t | t-1] = (PX_1 + (1-P)X_2)E_{t-1}$

5.2. Muestre que la varianza del tipo de cambio nominal para el período t, condicional a la información disponible en t-1, es: $Var[E_t | t-1] = (X_1 - X_2)^2 P(1-P)E_{t-1}^2$.

5.3. Note que la varianza es cero, si P=0, o si P=1, o si X_1=X_2. Ensaye una breve explicación intuitiva de estos tres resultados.

Programa: Maestría en Economía
Edición: 2021
Curso: Economía Política
Docente: Alvaro Forteza

Pauta de respuesta

1. El único candidato a presidir el Banco Central es lo que Rogoff llama un político "ultraconservador" que elegirá una política de inflación y depreciación de la moneda cero. Por lo tanto, al gobierno le convendrá delegar la política cambiaria si las pérdidas que se asocian a la devaluación cero son menores a las pérdidas que se asocian a la discrecionalidad ejercida por el propio gobierno (sin delegación). Para evaluar las pérdidas en ambos escenarios, empezamos por recordar cuáles son las políticas y respuestas del sindicato. Sustituimos esos valores en la función de pérdidas del gobierno y comparamos los resultados.

Discreción: La política del gobierno bajo discreción será

$$e_t - e_{t-1} = \frac{s_U - s_G}{a_g} - \frac{\varepsilon_t}{1 + a_g}$$

Los sindicatos responden eligiendo

$$s_t = s_U + E[e_t] = s_U + e_{t-1} + \frac{s_U - s_G}{a_g}$$

El salario real en discreción resulta ser

$$s_t - e_t = s_U + \frac{\varepsilon_t}{1 + a_g}$$

La función de pérdidas del gobierno es

$$L = E\left[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_g(e_t - e_{t-1})^2\right]$$

Las pérdidas del gobierno en discreción (L_D) se obtienen sustituyendo los valores de equilibrio de la inflación y el salario en la función de pérdidas

$$L_D = E\left[\left(s_U - s_G - \frac{a_g}{1 + a_g}\varepsilon_t\right)^2 + a_g\left(\frac{s_U - s_G}{a_g} - \frac{\varepsilon_t}{1 + a_g}\right)^2\right]$$

Desarrollando los cuadrados de los binomios y observando que el valor esperado del ruido es cero se obtiene

$$L_D = (s_U - s_G)^2 + \left(\frac{a_g}{1 + a_g}\right)^2 \sigma^2 + a_g\left(\frac{s_U - s_G}{a_g}\right)^2 + a_g\frac{\sigma^2}{\left(1 + a_g\right)^2}$$

Y ordenando términos

$$L_D = \left(\frac{1+a_g}{a_g}\right)(s_U - s_G)^2 + \frac{a_g}{1+a_g}\sigma^2 \quad (1)$$

Delegación a un banco central ultraconservador:

La política del banco central ultraconservador es

$$e_t - e_{t-1} = 0$$

Los sindicatos responden eligiendo

$$s_t = s_U + E[e_t] = s_U + e_{t-1}$$

El salario real en discreción resulta ser

$$s_t - e_t = s_U$$

La función de pérdidas del gobierno es

$$L = E\left[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_g(e_t - e_{t-1})^2\right]$$

Las pérdidas del gobierno con banco central ultraconservador (L_{BCU}) se obtienen sustituyendo los valores de equilibrio de la inflación y el salario en la función de pérdidas

$$L_{BCU} = E[(s_U - s_G - \varepsilon_t)^2]$$

Desarrollando los cuadrados de los binomios y observando que el valor esperado del ruido es cero se obtiene

$$L_{BCU} = (s_U - s_G)^2 + \sigma^2 \quad (2)$$

Para ver si le conviene al gobierno delegar la política cambiaria en un banco central ultraconservador comparamos las ecuaciones (1) y (2):

$$L_{BCU} - L_D = (s_U - s_G)^2 + \sigma^2 - \left(\left(\frac{1+a_g}{a_g}\right)(s_U - s_G)^2 + \frac{a_g}{1+a_g}\sigma^2\right)$$

Al gobierno le conviene delegar si $L_{BCU} - L_D < 0$:

$$L_{BCU} - L_D = -\frac{(s_U - s_G)^2}{a_g} + \frac{1}{1+a_g}\,\sigma^2 < 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{a_g}{1+a_g}\,\sigma^2 < (s_U - s_G)^2$$

Conceptualmente, el gobierno estará dispuesto a delegar en un presidente del banco central "ultraconservador" si la varianza de los shocks reales es suficientemente pequeña o el sesgo inflacionario de la política ejercida por el gobierno es suficientemente grande.

2. El gobierno resuelve el siguiente programa:

$$\underset{a}{Min}\; E\left[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_{gob}(e_t - e_{t-1})^2\right]$$

$$s.a.:\; e_t - e_{t-1} = \frac{s_U - s_G}{a} - \frac{1}{1+a}\varepsilon_t$$

$$s_t = s_U + E[e_t] = s_U + e_{t-1} + \frac{s_U - s_G}{a}$$

Sustituyendo:

$$\underset{a}{Min}\; E\left[\left(s_U - s_G - \frac{a}{1+a}\varepsilon_t\right)^2 + a_{gob}\left(\frac{s_U - s_G}{a} - \frac{\varepsilon_t}{1+a}\right)^2\right]$$

y operando:

$$\underset{a}{Min}\; (s_U - s_G)^2 + \left(\frac{a}{1+a}\right)^2\sigma^2 + a_{gob}\left(\frac{s_U - s_G}{a}\right)^2 + a_{gob}\frac{\sigma^2}{(1+a)^2}$$

La condición de primer orden es:

$$+\left(\frac{a_{bc} - a_{gob}}{(1+a_{bc})^3}\right)\sigma^2 - a_{gob}\frac{(s_U - s_G)^2}{a_{bc}{}^3} = 0$$

Para facilitar la operatoria, llamo $u(a_{bc}) = (a_{bc}/(1+a_{bc}))^3$ y reordenando:

$$a_{bc}u(a_{bc}) - a_{gob}u(a_{bc}) - a_{gob}\frac{(s_U - s_G)^2}{\sigma^2} = 0$$

Diferenciando esta expresión:

$$\left[u(a_{bc})+u'(a_{bc})(a_{bc}-a_{gob})\right]da_{bc}-\left[u(a_{bc})+\frac{(s_U-s_G)^2}{\sigma^2}\right]da_{gob}-2(s_U-s_G)\frac{a_{gob}}{\sigma^2}d(s_U-s_G)$$

$$+(s_U-s_G)^2\frac{a_{gob}}{\sigma^4}d(\sigma^2)=0$$

Conviene notar que $u'(a_{bc})>0$ y que $a_{bc}-a_{gob}>0$ y, por lo tanto:

(i) $$\frac{da_{bc}}{d(s_U-s_G)}=\frac{2(s_U-s_G)\frac{a_{gob}}{\sigma^2}}{\left[u(a_{bc})+u'(a_{bc})(a_{bc}-a_{gob})\right]}>0$$

(ii) $$\frac{da_{bc}}{d(\sigma^2)}=\frac{-(s_U-s_G)^2\frac{a_{gob}}{\sigma^4}}{\left[u(a_{bc})+u'(a_{bc})(a_{bc}-a_{gob})\right]}<0$$

(iii) $$\frac{da_{bc}}{da_{gob}}=\frac{u(a_{bc})+\frac{(s_U-s_G)^2}{\sigma^2}}{\left[u(a_{bc})+u'(a_{bc})(a_{bc}-a_{gob})\right]}>0$$

Comentarios: (i) El gobierno elige una autoridad para el banco central *más* conservadora cuanto mayor es la discrepancia en metas de salario real porque esa mayor discrepancia lleva a un problema de sesgo inflacionario más pronunciado. (ii) El gobierno elige una autoridad para el banco central *menos* conservadora cuanto mayor es la varianza del shock real, porque necesita una política cambiaria más activa en materia de estabilización real cuanto mayores son los shocks reales. (iii) El gobierno elige una autoridad para el banco central *más* conservadora cuanto más le preocupa la inflación al propio gobierno.

3. El gobierno resuelve:

$$\boxed{\begin{array}{l}\underset{a}{Min}\ E\left[(s_t-e_t-s_G-\varepsilon_t)^2+a_{gob}(e_t-e_{t-1})^2\right]\\ sujeto\ a:\ i)\ Política\ discrecional\ del\ Banco\ Central\\ \qquad e_t-e_{t-1}=\frac{s_U-s_G}{a}-\frac{1}{1+a}\varepsilon_t\\ \qquad ii)\ Política\ salarial\ de\ la\ central\ sindical\\ \qquad s_t=s_U+E[e_t]=s_U+e_{t-1}+\frac{s_U-s_G}{a}\end{array}}$$

de donde:

$$\underset{a}{Min}\ E\left[\left(s_U - s_G - \frac{a}{1+a}\varepsilon_t\right)^2 + a_g\left(\frac{s_U - s_G}{a} - \frac{\varepsilon_t}{1+a}\right)^2\right]$$

$$E\left[(s_U - s_G)^2 - 2(s_U - s_G)\frac{a}{1+a}\varepsilon_t + \left(\frac{a}{1+a}\varepsilon_t\right)^2 + a_g\left(\left(\frac{s_U - s_G}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{s_U - s_G}{a}\right)\frac{\varepsilon_t}{1+a} + \left(\frac{\varepsilon_t}{1+a}\right)^2\right)\right] =$$

$$(s_U - s_G)^2 + \left(\frac{a}{1+a}\right)^2\sigma^2 + a_g\left(\left(\frac{s_U - s_G}{a}\right)^2 + \sigma^2\left(\frac{1}{1+a}\right)^2\right)$$

Derivando en a:

$$\frac{dE}{da}[.] = 2\sigma^2\left(\frac{a}{1+a}\right)\left(\frac{1}{(1+a)^2}\right) - 2a^{-3}a_g(s_U - s_G)^2 - 2(1+a)^{-3}a_g\sigma^2 =$$

$$2\sigma^2\left(\frac{a - a_g}{(1+a)^3}\right) - 2a^{-3}a_g(s_U - s_G)^2$$

En el mínimo:

$$2\sigma^2\left(\frac{a_{bc} - a_g}{(1+a_{bc})^3}\right) - 2a_{bc}{}^{-3}a_g(s_U - s_G)^2 = 0$$

Reordenando:

$$\left(\frac{a_{bc}}{1+a_{bc}}\right)^3(a_{bc} - a_g) = \frac{a_g(s_U - s_G)^2}{\sigma^2}$$

Dos observaciones:

a) El lado derecho de la expresión anterior es positivo, por lo tanto tiene que serlo el izquierdo, lo cual implica que $a_{bc} > a_g$

b) El lado derecho es finito. Por lo tanto el lado izquierdo también es finito. Entonces **no** puede ocurrir que $a_{bc} \to \infty$, ya que $\lim_{a_{bc}\to\infty}\left(\frac{a_{bc}}{1+a_{bc}}\right)^3(a_{bc} - a_g) = \infty$

4. El régimen es de discreción y, por lo tanto, el último en actuar es el gobierno. Resolvemos por inducción hacia atrás.

(i) Gobierno resuelve:

$$\underset{\bar{\kappa},\kappa}{Min}\ E\left[(s_t - e_t - s_G - \varepsilon_t)^2 + a_i (e_t - e_{t-1})^2\right]$$

$$sa: \qquad s_t = cte$$

$$e_t = e_{t-1} + \bar{\kappa} + \kappa \varepsilon_t$$

Nota: el gobierno conoce sus propias preferencias, así que conoce a_i.

De las condiciones de primer orden:

$$\kappa_i = \frac{-1}{1+a_i}\ ;\ i = 1,2$$

$$(1+a_i)\bar{\kappa}_i = s_t - e_{t-1} - s_G\ ;\ \ i = 1,2$$

(ii) En el primer período, el sindicato fija el salario:

$$s_t = s_U + E[e_t] = s_U + e_{t-1} + p\bar{\kappa}_1 + (1-p)\bar{\kappa}_2$$

(Notar que el sindicato no conoce el tipo del gobierno, pero sabe que con probabilidad *p* es de tipo 1 y con probabilidad *1-p* es de tipo 2).

De estas dos últimas ecuaciones se deduce que:

$$(1+a_i)\bar{\kappa}_i = s_U - s_G + p\bar{\kappa}_1 + (1-p)\bar{\kappa}_2\ ;\ \ i = 1,2$$

Y de aquí se deduce inmediatamente que:

$$(1+a_1-p)\bar{\kappa}_1 = s_U - s_G + (1-p)\bar{\kappa}_2$$
$$(a_2+p)\bar{\kappa}_2 = s_U - s_G + p\bar{\kappa}_1$$

5.1. En t, el partido ganador resuelve:

$$\underset{E_t}{Min}\ \ L_i$$
$$sa: S_t\ \ dado$$

Condiciones de primer orden: $-1/E_t + \frac{1}{LnX_i}(LnE_t - LnE_{t-1})\frac{1}{E_t} = 0 \ \ \Rightarrow E_t = X_i E_{t-1}$

En t-1, el valor esperado del tipo de cambio para t es:

$$E[E_t | t-1] = pX_1 E_{t-1} + (1-p)X_2 E_{t-1} = (pX_1 + (1-p)X_2)E_{t-1}$$

5.2.

$$Var\left[E_t \middle| t-1\right] = E\left[\left(E_t - E\left[E_t\right]\right)^2 \middle| t-1\right] =$$

$$p\left[X_1 E_{t-1} - \left(pX_1 + (1-p)X_2\right)E_{t-1}\right]^2 + (1-p)\left[X_2 E_{t-1} - \left(pX_1 + (1-p)X_2\right)E_{t-1}\right]^2$$

Por lo tanto:

$$Var\left[E_t \middle| t-1\right] = E_{t-1}{}^2 p(1-p)^2 \left(X_1 - X_2\right)^2 + E_{t-1}{}^2 p^2 (1-p)\left(X_1 - X_2\right)^2 = E_{t-1}{}^2 p(1-p)\left(X_1 - X_2\right)^2$$

5.3. No hay incertidumbre si p=0 o si p=1. Por lo tanto, la varianza del tipo de cambio es cero en cualquiera de estos dos casos. Tampoco hay incertidumbre en cuanto al tipo de cambio nominal si los dos partidos hacen lo mismo, es decir si $X_1 = X_2$.