

Repartido práctico 1: Teoría de conjuntos

Ejercicio 1

1) Escribir por extensión los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \mid x \text{ es natural, } x \text{ es impar, } x \leq 10\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ es natural, } 3 \leq x \leq 8\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ es entero, } -3 < x \leq 2\}$$

$$D = \{(x, y) \mid x \text{ es natural, } x < 3, y \text{ es natural, } 0 < y \leq 2\}$$

2) Escribir por comprensión los siguientes conjuntos:

$$E = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$F = \{-5, -4, -3\}$$

$$G = \{0, 1, 4, 9, 16\}$$

$$H = \{a, e, i, o, u\}$$

Ejercicio 2

Sea $A = \{x \mid x \text{ es natural, } x \leq 10\}$

$$B = \{1, 3, 4\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ es natural, } 3 < x < 12\}$$

Hallar:

i) $A \cup B$

ii) $A \cup C$

iii) $A \cup B \cup C$

iv) $A \cap B$

v) $A \cap B \cap C$

vi) $A - B$

vii) $B - A$

Ejercicio 3

Sea $\Omega = \{x \mid x \text{ es natural, } x \leq 15\}$ y considerar A, B, C del ejercicio anterior.

Hallar:

i) A^c

ii) $(A \cup B \cup C)^c$

iii) $(A \cap B)^c$

Ejercicio 4

Hacer el ejercicio 2.3, partes 2 y 3 del libro de Chiang (capítulo 2, p.17).

Ejercicio 5

a) Se tienen cuatro conjuntos: A es el conjunto de los múltiplos de 2 menores que 20, B es el conjunto de los múltiplos de 3 menores que 30, C es el conjunto de los múltiplos de 6 menores que 40 y D es el conjunto de los números impares. Calcular los conjuntos que resultan de las siguientes operaciones:

- | | | | |
|------|------------|-------|--------------------|
| i) | $A \cap B$ | v) | $B \cap C$ |
| ii) | $B \cup C$ | vi) | $B \cap D$ |
| iii) | $A \cup D$ | vii) | $A \cap \emptyset$ |
| iv) | $A \cap D$ | viii) | $A \cup \emptyset$ |

b) Considere el conjunto de los números naturales como universo ($N = \Omega$), y los conjuntos A, B, C y D definidos en el literal anterior. Hallar los siguientes conjuntos:

- | | | | |
|------|----------------|------|------------------|
| i) | A^c | v) | $A - D$ |
| ii) | D^c | vi) | $A - B$ |
| iii) | $(A \cup D)^c$ | vii) | $(A \cap B) - C$ |
| iv) | $(A \cap D)^c$ | | |

c) Demostrar, usando diagramas de Venn, las conocidas como *leyes de De Morgan*.

- | | |
|-----|-------------------------------|
| i) | $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ |
| ii) | $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ |

Ejercicio 6

Resolver el ejercicio 2.3, parte 4 del libro de Chiang (capítulo 2, p. 17).

Ejercicio 7

En una población de 100.000 habitantes el 20% lee el periódico La Noche, el 25% lee el semanario El Encuentro, pero solo el 5% lee ambas publicaciones. ¿Cuántos habitantes no leen ninguna de las dos publicaciones?

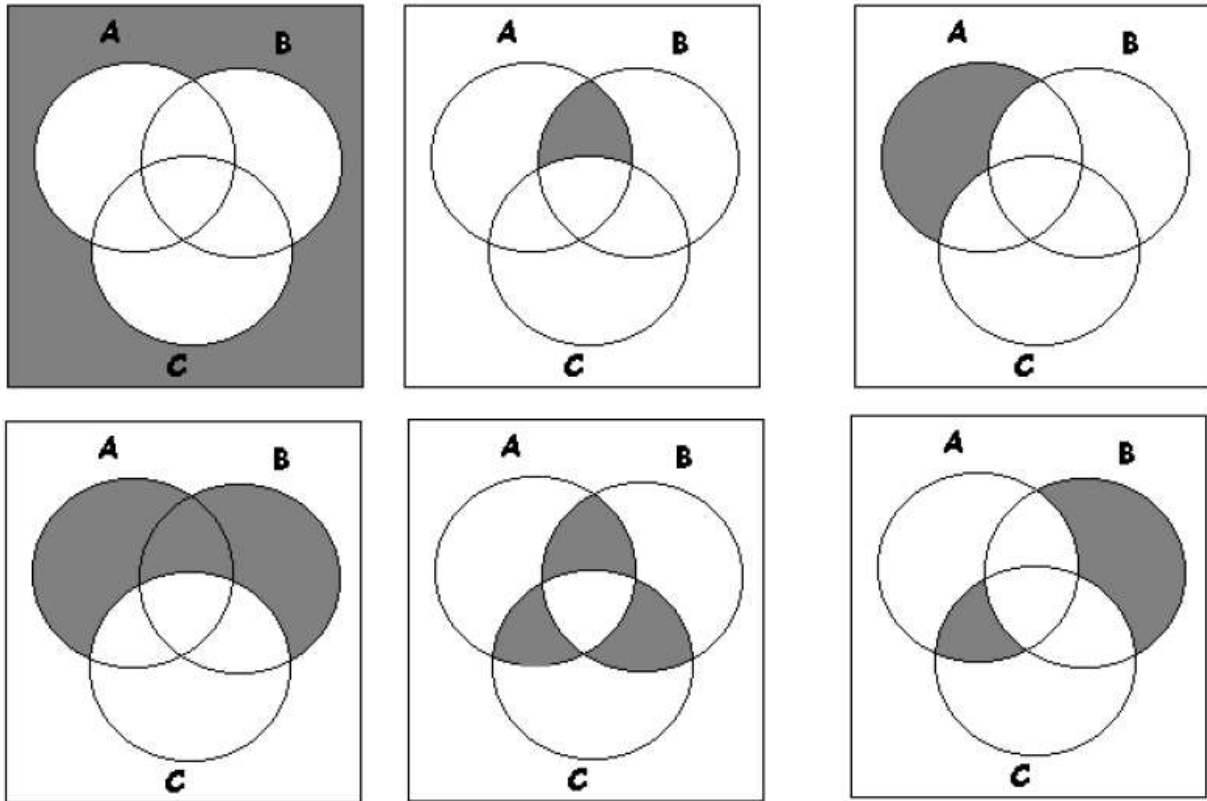
Ejercicio 8

Sean A, B, C tres conjuntos. Representar mediante diagramas de Venn los siguientes conjuntos:

- | | | | |
|------|-------------------------------------|-----|--|
| i) | $B - A - C$ | iv) | $A \cap B \cap C$ |
| ii) | $(C - A - B) \cup [(A \cup B) - C]$ | v) | $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$ |
| iii) | $(A - B) \cup (B \cap C)$ | vi) | $(A \cup B) - (A \cap B \cap C)$ |

Ejercicio 9

Utilizando las operaciones entre conjuntos expresar en función de A, B y C las áreas pintadas en los siguientes diagramas de Venn.



Ejercicio 10

Un estudio sobre una muestra de 25 empresas las clasifica según tres criterios diferentes: si son pequeñas, si exportan y si son de capitales uruguayos. Se dispone de los siguientes datos:

- i) 9 empresas son pequeñas
- ii) 14 empresas exportan
- iii) 7 empresas son de capitales uruguayos y exportan
- iv) 8 empresas son pequeñas y exportan
- v) 1 empresa es pequeña y de capitales uruguayos, pero no exporta
- vi) 2 empresas no son pequeñas, no exportan y son de capitales extranjeros
- vii) 5 empresas son pequeñas, exportan y son de capitales uruguayos

Se pide:

- a) Realizar un diagrama de Venn que represente la situación planteada.
- b) ¿Cuántas empresas no exportan?
- c) ¿Cuántas empresas son pequeñas y/o de capitales uruguayos?
- d) ¿Cuántas empresas no son pequeñas ni exportan?

Ejercicio 11

En un grupo de clase el profesor decide realizar una clase extra y debe elegir el día para dictarla entre lunes, miércoles o viernes. Luego de discutir con los 40 alumnos sobre el día a realizar la clase, se obtiene la siguiente información:

- i) 22 alumnos pueden los días lunes y viernes
- ii) 2 pueden solo el lunes
- iii) 7 pueden el miércoles y viernes pero no el lunes
- iv) 34 pueden el viernes
- v) 20 pueden el miércoles
- vi) 12 pueden lunes y miércoles
- vii) 3 no pueden ninguno de los 3 días

Se pide:

- a) Realizar un diagrama de Venn que represente la situación planteada.
- b) ¿Cuántos alumnos pueden concurrir cualquiera de los 3 días planteados?
- c) ¿Cuántos pueden el viernes solamente?
- d) Si el profesor decide hacer la clase el lunes, ¿cuántos alumnos se espera que concurran?