Soluciones repartido práctico 3

Ejercicio 1

a) $2A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ $\quad 1/2\,(A+B) = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 3/2 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad A - B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$

$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$ $\quad AB = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

b) det(A) = 5 det(A+B) = -3 det(AB) = -10

c) i) No ii) Sí. Se pueden comprobar a partir de los cálculos realizados en la parte b).

d) det (C) = 6 det (C^T) = 6 det (5C) = 750

$\boldsymbol{det(C) = det(C^T)}$ $\boldsymbol{det(k * C) = k^n * det(C^T)}$ donde n es el orden de la matriz C

Ejercicio 2

a) $X = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ **b)** $X = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ 3/2 & 2 \end{pmatrix}$ **c)** $X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

d) $X = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5/2 & 3/2 \end{pmatrix}$ **e)** $X = \begin{pmatrix} 7/2 & -3/2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

Soluciones repartido práctico 3

Ejercicio 3

Se puede probar por **Inducción completa** de la siguiente manera:

- En primer lugar sabemos que la propiedad se cumple para el valor de n = 2:

$$A^2 = A.A = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & 0 \\ 0 & 0 & c^2 \end{pmatrix}$$

- Luego debemos probar que si la propiedad se cumple para un valor de n, también se cumple para el siguiente valor de n.

Si se cumple para un valor de n, entonces: $A^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 & 0 \\ 0 & b^n & 0 \\ 0 & 0 & c^n \end{pmatrix}$

Debemos probar ahora que se cumple también para el valor (n+1):

$$A^{n+1} = A^n.A = \begin{pmatrix} a^n & 0 & 0 \\ 0 & b^n & 0 \\ 0 & 0 & c^n \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^{n+1} & 0 & 0 \\ 0 & b^{n+1} & 0 \\ 0 & 0 & c^{n+1} \end{pmatrix}$$

- En conclusión, la propiedad queda probada para todo valor de n ≥ 2.

Ejercicio 4

Por ejemplo: $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B_2 = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

Seguramente a tí se te ocurrirán también otras.

Ejercicio 5

$\alpha = 2$, $\beta = 1/3$, $\gamma = -4/3$

Soluciones repartido práctico 3

Ejercicio 6

Aplicando el método de escalerización para hallar la matriz inversa de A, se obtiene el resultado final presentado.

Ten en cuenta que esta es otra manera de calcular la inversa de una matriz, siempre y cuando esta sea de 2x2.

Otra manera de probarlo: multiplicando las matrices y comprobando que el resultado es la matriz identidad I .

Ejercicio 7

$A^{-1} = A^2$

Ejercicio 8

a) det (A) = 1

b) det (A) = 1 ≠ 0 Por ende, A tiene matriz inversa.

Multiplicando A por $(A-I)^2$ se obtiene como resultado la matriz Identidad, por lo cual la matriz inversa de A es $(A-I)^2$.

Ejercicio 9

$$A^2 = A.A = P.D.\underbrace{P^{-1}.P}_{I}.D.P^{-1} = P.\underbrace{D.I}_{D}.D.P^{-1} = P.D.D.P^{-1} = P.D^2.P^{-1}$$

Ejercicio 10

i) $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ **ii)** $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Ejercicio 11

$$P\,.\,M = \begin{pmatrix} 2.205 \\ 1.220 \\ 4.075 \end{pmatrix}$$