Soluciones repartido práctico 5

Repartido Práctico 5.A: Cálculo de Derivadas

Ejercicio 1

Derivadas primeras

$\boldsymbol{a)}\ f'(x) = -3x^2 + 6x$ $\boldsymbol{b)}\ f'(x) = 4x^3 + x^2 - 12x + 2$ $\boldsymbol{c)}\ f'(x) = \dfrac{2}{(1-2x)^2}$

$\boldsymbol{d)}\ f'(x) = \dfrac{2(-x^2+x+1)}{(x^2+1)^2}$ $\boldsymbol{e)}\ f'(x) = e^x(1+x)$ $\boldsymbol{f)}\ f'(x) = -6(2-x)^5$

$\boldsymbol{g)}\ f'(x) = e^{x^2+1}.2x$ $\boldsymbol{h)}\ f'(x) = \dfrac{1+x}{x}$ $\boldsymbol{i)}\ f'(x) = \dfrac{2}{2x+3}$

Derivadas segundas

$\boldsymbol{a)}\ f''(x) = -6x + 6$ $\boldsymbol{b)}\ f''(x) = 12x^2 + 2x - 12$ $\boldsymbol{c)}\ f''(x) = \frac{8}{(1-2x)^3}$

$\boldsymbol{d)}\ f''(x) = \frac{2(2x^3-3x^2-6x+1)}{(x^2+1)^3}$ $\boldsymbol{e)}\ f''(x) = e^x(2+x)$ $\boldsymbol{f)}\ f''(x) = 30(2-x)^4$

$\boldsymbol{g)}\ f''(x) = e^{x^2+1}(4x^2+2)$ $\boldsymbol{h)}\ f''(x) = -\frac{1}{x^2}$ $\boldsymbol{i)}\ f''(x) = -\frac{4}{(2x+3)^2}$

Soluciones repartido práctico 5

Repartido Práctico 5.B: Representación gráfica y optimización de funciones

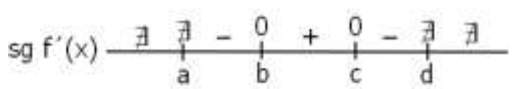
Ejercicio 1

CASO I

La función es estrictamente monótona decreciente en los intervalos $\left[a,b\right]$ y $\left[c,d\right]$. Es estrictamente monótona creciente en el intervalo $\left[b,c\right]$.

Extremos relativos: la función tiene un mínimo relativo en $x=b$ y un máximo relativo en $x=c$.

Extremos absolutos: el mínimo absoluto de f en $\left[a,d\right]$ se alcanza en $x=b$; el Máximo absoluto de f en $\left[a,d\right]$ se alcanza en $x=c$.

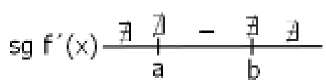


CASO II

La función es estrictamente monótona decreciente en todo el intervalo $\left(a,b\right]$.

Extremos relativos: la función no tiene extremos relativos en el intervalo $\left(a,b\right]$.

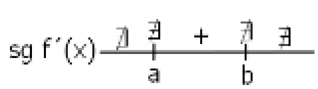
Extremos absolutos: el mínimo absoluto de f en $\left(a,b\right]$ se alcanza en $x=b$; la función f no tiene máximo absoluto en el intervalo $\left(a,b\right]$.



CASO III

La función es estrictamente monótona creciente en todo el intervalo $\left[a,b\right]$ y no tiene extremos relativos en dicho intervalo.

Extremos absolutos: el mínimo absoluto de f en $\left[a,b\right]$ se alcanza en $x=a$; el Máximo absoluto de f en $\left[a,b\right]$ se alcanza en $x=b$.

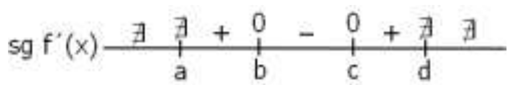


Soluciones repartido práctico 5

CASO IV

La función es estrictamente monótona decreciente en el intervalo $[b,c]$. Es estrictamente monótona creciente en los intervalos $[a,b]$ y $[c,d]$.

Extremos relativos: la función tiene un mínimo relativo en $x=c$ y un máximo relativo en $x=b$.
Extremos absolutos: el mínimo absoluto de f en $[a,d]$ se alcanza en $x=a$; el Máximo absoluto de f en $[a,d]$ se alcanza en $x=d$.



Ejercicio 2

Verificar que el estudio del crecimiento y de la concavidad obtenidos sean correctos a través de algún software, como el que se puede descargar gratuitamente (u operar en línea) en:

www.geogebra.org

Ejercicio 3

A) I(0) = 9 %
B) I(2) = 10,6 %
C) El máximo índice de desempleo en el período fue 13,05% y tuvo lugar el 1 de octubre (t = 9). El mínimo índice de desempleo en el período fue 9 % y ocurrió en dos momentos del tiempo: el 1 de enero (t = 0) y el 1 de julio (t = 6).
D) El 1 de febrero el índice de desempleo estaba en alza [I´(1) > 0], mientras que el 1 de junio estaba en descenso [I´(5) < 0].

Ejercicio 4

El número de beneficiarios en el intervalo [0,12] es máximo cuando t = 12 (transcurridos 12 años desde la implementación del programa de servicios de salud. El máximo número beneficiarios es 96.000 personas adultas.

Ejercicio 5

a) Para minimizar el costo promedio por solicitud deben contratarse 50 asistentes.

b) El costo promedio mínimo será [62,5 – 5 ln(50)], que vale aproximadamente 42,94.

Soluciones repartido práctico 5

Ejercicio 6

a) La utilidad (o beneficio) se maximiza a un nivel de producción de 90 unidades.

b) La utilidad máxima ocurre a un precio de 220.

c) La utilidad máxima es 17.420.

d) El nuevo precio que maximiza la utilidad es 230.

e) Consecuencias para el monopolista: la utilidad máxima cae de 17.420 a 15.495.

Consecuencias para los consumidores: el precio aumenta de 220 a 230.

Consecuencias para el gobierno: la recaudación aumenta en 1.870.

Ejercicio 7

i) $\textit{Costo}\ \mathrm{Pr}\textit{omedio por cliente} = 25q + 10 + \dfrac{30.625}{q}$

ii) El costo promedio por cliente se hace mínimo para 35 clientes. El costo promedio mínimo vale 1.760.

iii) En estas condiciones, el costo promedio por cliente se maximiza para 10 clientes y vale 4.207,5.

Ejercicio 8

A) Aumento del Costo al pasar de q=100 a q=101: US$ 904
Aumento del Costo al pasar de q=240 a q=241: US$ 2.024

B) $C'(q) = 8q + 100$

C) $C'(100) = 900$ $\quad\quad$ $C'(240) = 2.020$

Soluciones repartido práctico 5

Repartido Práctico 5.C: Elasticidad

Ejercicio 1

a) $\varepsilon = -2 \quad \forall p$

b) No, en este caso no depende del precio (es constante).

c) Si el precio aumenta un 10%, la cantidad demandada cae un 20%.

Ejercicio 2

a) $\varepsilon = -\dfrac{p}{p+2}$

b) No, no existe ningún nivel de precio en el cual la elasticidad sea unitaria.

c) Supongamos que el precio actual es 1. Entonces si el precio aumenta en 10%, la cantidad demandada caería en 10/3 %.

Ejercicio 3

Se prueba aplicando la definición de elasticidad de la función f con respecto a x.