

Examen de Matemática aplicada a la Economía – 17/04/2015

NOMBRE:	
Por favor, resuelva todos los ejercicios en estas hojas, en los espacios reservados. Fundamente cada respuesta.	
Recuerde apagar el celular al inicio de la prueba.	
Solo se responderán dudas de letra.	
Duración de la prueba: 3 horas.	
La prueba totaliza 80 puntos. Mínimo de aprobación del curso: 60 puntos.	

Ejercicio 1 (40 puntos; 5 puntos cada parte)

- A) Una empresa se dedica a la producción de muebles para cocina. La relación de corto plazo entre la cantidad de horas de trabajo empleadas y la cantidad de muebles producida se sintetiza en la siguiente función de producción:

$$f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} \mid f(L) = 500.L^{0.5}$$

donde: $q = f(L)$ es la cantidad mensual producida de muebles

L es el número de horas de trabajo empleadas al mes

- A.1) ¿Cuántas horas de trabajar deberá emplear la empresa al mes para obtener una producción de 65.000 unidades?
- A.2) Calcular $PMa(5000)$ e interpretar al resultado obtenido [PMa = Producto Marginal].

- B) Sean los conjuntos $\Omega = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq 10\}$, $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 8\}$,
 $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ es impar}, x \leq 10\}$

Calcular: i) $A \cap B$ ii) $B - A$ iii) $(A \cup B)^C$

C) Sea la función $f : f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 4x_2 + 7x_1x_2$

Calcular las derivadas parciales de la función f .

D) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$

D.1) Hallar la matriz inversa de A.

D.2) Utilizar A^{-1} para resolver la siguiente ecuación: $A.X = B$

donde: $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$

E) Dos amigos, Juan y Carlos, depositaron dinero el 1/4/2015 en sendos plazos fijos en pesos a 30 días. Juan depositó \$ 25.000 a una tasa de interés mensual de 1%, mientras que Carlos depositó \$ 13.842 a una tasa de interés mensual de 2%. Se aplica interés compuesto.

Determinar al cabo de cuánto tiempo se igualará el monto depositado por ambos amigos.

F) Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} e^{\frac{7x^2}{x-3}} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 4x}{x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{x^2 + 5x - 4}{x^2 - 2x + 10} \right)$$

Ejercicio 2 (20 puntos; 4 puntos cada parte)

Una empresaria planea instalar una nueva montaña rusa en el Parque Rodó. Luego de encargar un estudio de mercado a un grupo de profesionales especializados, cuenta con información para determinar el precio más conveniente que debe fijar para las entradas.

Los beneficios mensuales de la operación de la montaña rusa dependen del precio de las entradas de la siguiente forma:

$$B : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} \mid B(p) = -0,1p^3 + 15p^2 + 2.250p - 10.000$$

donde: p: precio de la entrada
 B(p): beneficios mensuales (en pesos)

Se pide:

- A) Calcular la Tasa Promedio de Cambio (TPC) entre $x= 100$ y $x=120$. Interpretar el resultado obtenido.
- B) Calcular la derivada de la función B.
- C) Calcular la Tasa Instantánea de Cambio (TIC) en $x=100$. Interpretar el resultado obtenido.
- D) Determinar el precio que debe cobrarse para maximizar los beneficios. ¿Cuál es el máximo beneficio obtenido en ese caso?
- E) Si la Intendencia fija que el precio más alto que puede cobrarse es \$ 100, ¿cambia su respuesta al punto anterior?

Ejercicio 3 (20 puntos = 5+7+2+6)

Considere el mercado de espectáculos musicales en la ciudad de Montevideo, el cual presenta las siguientes funciones agregadas de oferta y demanda de entradas:

$$\text{Oferta: } O: [300, 1600] \rightarrow \mathbb{R} \mid O(p) = 2p^2 - 400p - 60.000$$

$$\text{Demanda: } D: [300, 1600] \rightarrow \mathbb{R} \mid D(p) = -60p + 1.600.000$$

Se pide:

- A) Determinar el precio y cantidad vendida de entradas en equilibrio.
- B) Representar gráficamente el equilibrio del mercado.
- C) Para un precio de \$ 1.300, ¿existe exceso de oferta o de demanda? Calcularlo.
- D) El gobierno ha aprobado un incremento de los impuestos, lo cual ha reducido el ingreso disponible de las familias, haciendo que la demanda se comporte ahora de acuerdo a la siguiente función:

$$\text{Demanda Nueva: } D^*: [300, 1600] \rightarrow \mathbb{R} \mid D^*(p) = -60p + 948.000$$

Determinar cómo el incremento de impuestos modifica el equilibrio del mercado. ¿Cómo se ven alterados el precio y la cantidad de entradas vendidas para estos espectáculos?