UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA – Facultad de Ciencias Sociales
Departamento de Economía - Diploma en Economía para No Economistas

Solución resumida - Examen de Matemática aplicada a la Economía – 17/04/2015

Ejercicio 1

A) A.1) $500L^{0,5} = 65.000 \quad \Rightarrow \quad L^{0,5} = 130 \quad \Rightarrow \quad L = (130)^2 = 16.900$

Necesita emplear 16.900 horas para obtener una producción de 65.000 unidades.

A.2) $PMa(L) = f'(L) = 250L^{-0,5} = \dfrac{250}{L^{0,5}}$

Entonces: $PMa(5000) = \dfrac{250}{(5000)^{0,5}} \cong 3,54$

Por cada hora de trabajo adicional empleada, la cantidad producida de muebles aumenta aproximadamente 3,54 unidades.

B) $\Omega = \{-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ $\quad A = \{2,3,4,5,6,7,8\}$ $\quad B = \{1,3,5,7,9\}$

Entonces: $i)\ A \cap B = \{3,5,7\}$

$ii)\ B - A = \{1,9\}$

$iii)\ (A \cup B)^C = \{-2,-1,0,10\}$

C) $D_1 f(x_1, x_2) = 6x_1 + 7x_2$

$D_2 f(x_1, x_2) = -4 + 7x_1$

D) D.1) Se considera una matriz genérica: $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & z \\ y & t \end{pmatrix}$, la cual debe cumplir:

$\mathrm{A.A}^{-1} = I$

Es decir, $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x & z \\ y & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

A partir de la condición anterior, se deduce el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \begin{cases} 3x+5y=1 \\ 4x+8y=0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3z+5t=0 \\ 4z+8t=1 \end{cases} \end{cases}$$

Resolviendo cada subsistema por separado se deduce que: $x=2,\quad y=-1,\quad z=-\frac{5}{4},\quad t=\frac{3}{4}$

Así que: $A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & -5/4 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix}$

D.2) $A.X=B$ Si pre-multiplicamos por A^{-1} de ambos lados de la igualdad, obtenemos:

$$\underbrace{\underbrace{A^{-1}.A}_{=I}.X}_{=X}=A^{-1}.B \quad \Rightarrow \quad X=A^{-1}.B$$

Es decir: $X=A^{-1}.B=\begin{pmatrix} 2 & -5/4 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 15 \\ -7 \end{pmatrix}$

E) Monto depositado en la cuenta de Juan: $M_n=25.000(1,01)^n$

Monto depositado en la cuenta de Carlos: $M_n=13.842(1,02)^n$

Si igualamos ambos montos, se obtiene: $25.000(1,01)^n=13.842(1,02)^n$

$$\Rightarrow \quad \frac{25.000}{13.842}=\frac{(1,02)^n}{(1,01)^n} \quad \Rightarrow \quad \frac{25.000}{13.842}=\left(\frac{1,02}{1,01}\right)^n$$

Aplicando logaritmo de ambos lados de la ecuación se obtiene:

$$\ln\left(\frac{25.000}{13.842}\right) = \underbrace{\ln\left[\left(\frac{1,02}{1,01}\right)^{n}\right]}_{=n*\ln\left(\frac{1,02}{1,01}\right)} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\ln\left(\frac{25.000}{13.842}\right)}{\ln\left(\frac{1,02}{1,01}\right)} \cong 60$$

Al cabo de aproximadamente 60 meses entonces el monto depositado en las cuentas se igualará.

F)

$$\lim_{x\to 3^+} e^{\overbrace{\left(\frac{7x^2}{x-3}\right)}^{}\to+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\overbrace{3x^2-4x}^{=x(3x-4)}}{x} = \lim_{x\to 0} 3x-4 = -4$$

$$\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{\overbrace{x^2+5x-4}^{\sim x^2}}{\underbrace{x^2-2x+10}_{\sim x^2}}\right) = \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x^2}{x^2}\right) = \lim_{x\to+\infty} \ln(1) = \ln(1) = 0$$

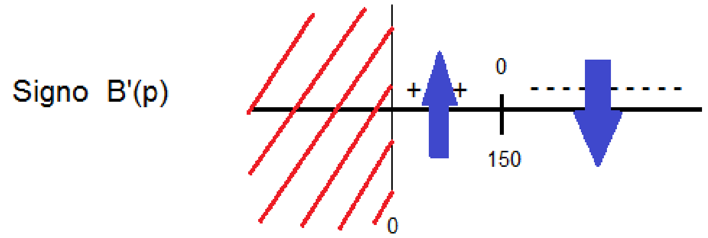
Ejercicio 2

A) $$\underset{p=100,\ p=120}{TPC} = \frac{\overbrace{B(120)}^{=303.200} - \overbrace{B(100)}^{=265.000}}{120-100} = \frac{38.200}{20} = 1.910$$

B) $B'(p) = -0,3p^2 + 30p + 2.250$

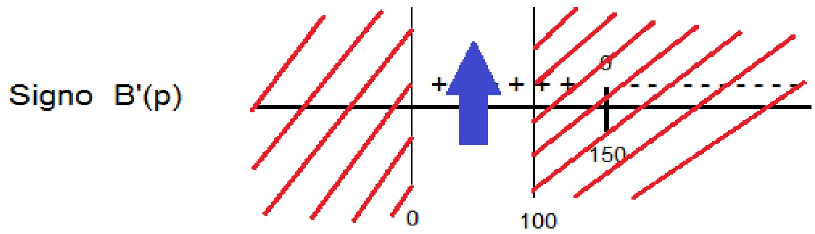
C) $\underset{p=100}{TIC} = B'(100) = 4.250$

D)



El precio debe ser $ 150 para obtener el máximo beneficio, que es $ 327.500.

E)



Considerando la restricción impuesta por la Intendencia, el precio ahora debería ser $ 100 de forma de obtener el máximo beneficio, que sería $ 265.000.

Ejercicio 3

A) En equilibrio debe cumplirse la siguiente condición: $O(p) = D(p)$

$$\Rightarrow \quad 2p^2 - 400p - 60.000 = -60p + 1.600.000$$

$$\Rightarrow 2p^2 - 340p - 1.660.000 = 0 \qquad p = 1.000 \quad o \quad p = -830 \;\; (descartado)$$

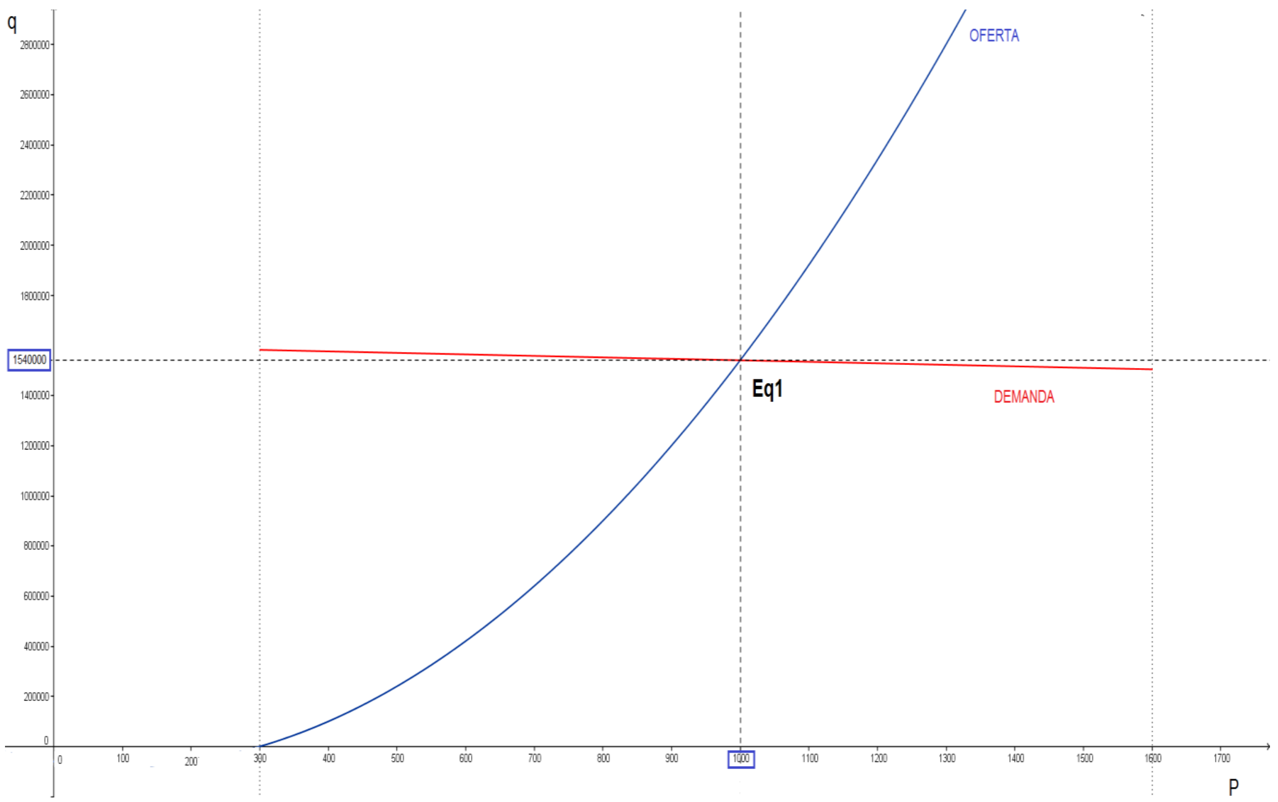
En conclusión: $p_{eq} = 1.000 \qquad q_{eq} = 1.540.000$

B) Estudio analítico de la función de oferta:

Concavidad: positiva, pues a = 2 > 0

Raíces: $2p^2 - 400p - 60.000 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} p = -100 \\ p = 300 \end{matrix}$

Vértice: $p_V = -\dfrac{b}{2a} = 100 \qquad y_V = O(100) = -80.000$

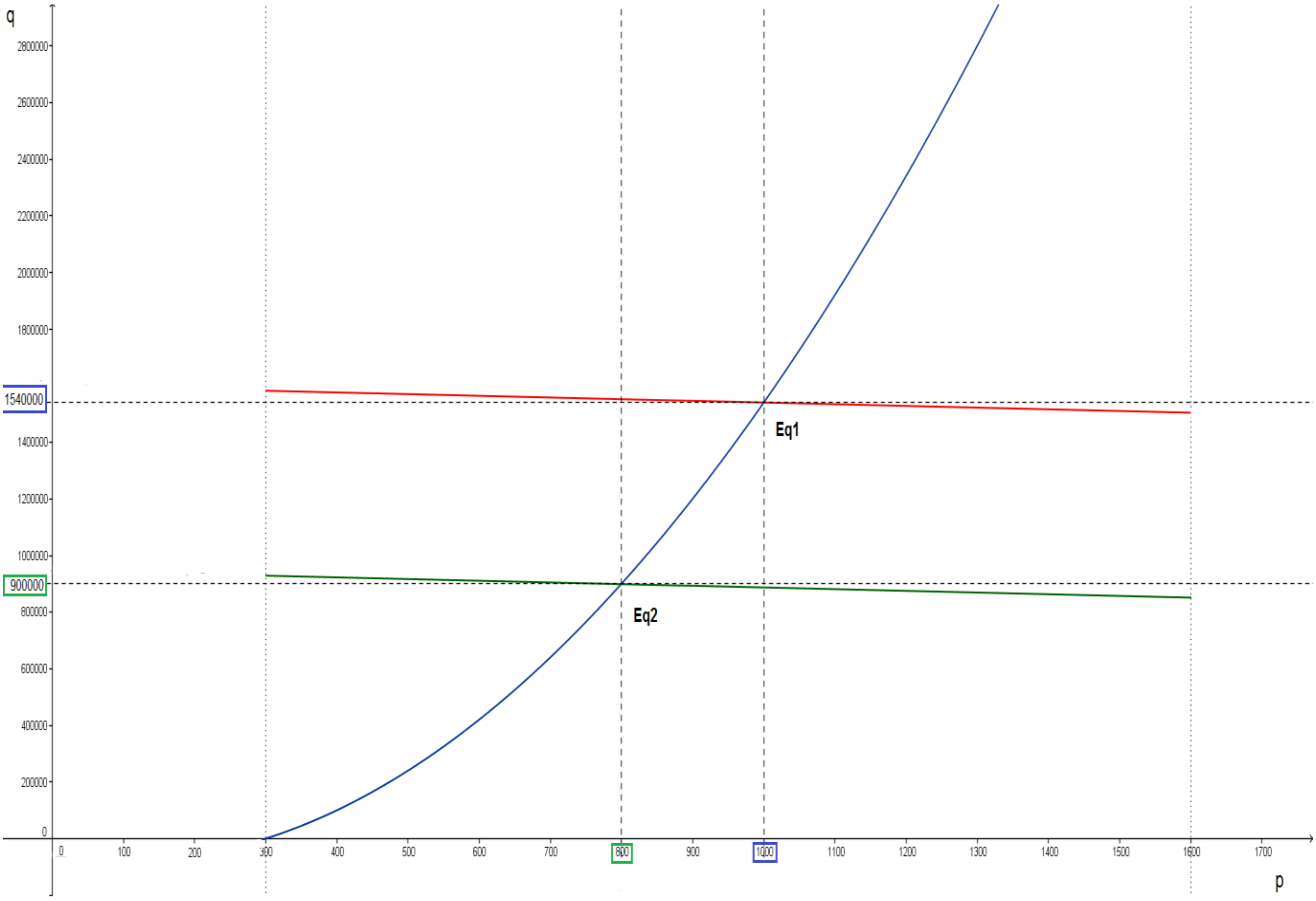


C) $O(1.300) = 2.800.000$

$D(1.300) = 1.522.000$

Si el precio es $ 1.300 existe entonces un exceso de oferta, el cual asciende a 1.278.000 unidades.

D)



En conclusión, el incremento de impuestos hace disminuir la cantidad de entradas vendidas en equilibrio, a la vez que el precio también cae.