

PRÁCTICO N°1:

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

MATEMÁTICA 2 - FCS - UDELAR

2024

Ejercicio 1.

Resuelva mediante escalerización e interprete gráficamente el conjunto de soluciones:

$$\text{a. } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 2x + y = 2 - y \\ 3x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} 2(x - y) = 1 \\ 4x = 4(y + 1/2) \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 3x + 6y = 4 \\ 4x + 8y = 7 \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 7x + y = 20 \\ 3x + 3y - 24 = 0 \end{cases}$$

$$\text{f. } \begin{cases} 3x + y = 2 \\ 9x + 3y - 6 = 0 \\ 6x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\text{g. } \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ -6x - 9y = -9 \\ 4x + 6y = 6 \end{cases}$$

Ejercicio 2.

Utilizando el método de escalerización determine el conjunto solución para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a. } \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = 3 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

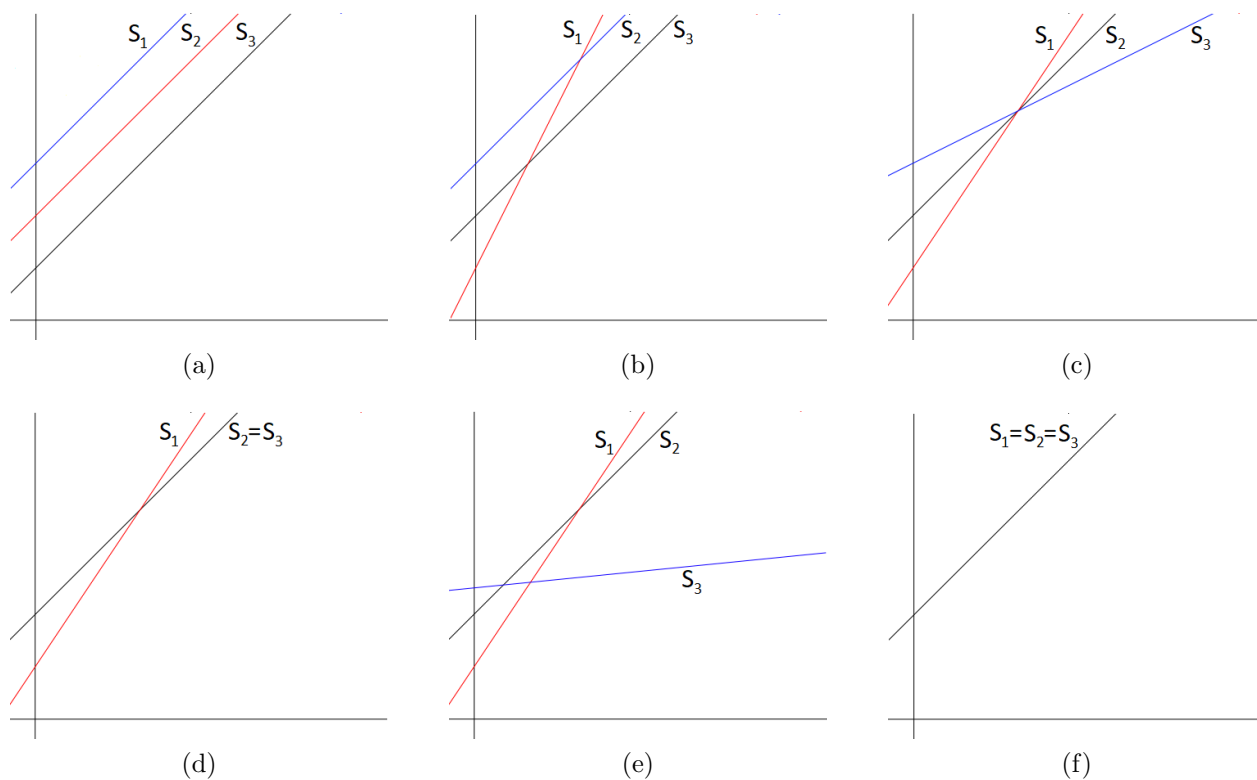
$$\text{b. } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 2y - 2z = 2 \\ 4x = 6 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y - 5z = 2 \\ 3x - 2y - 4z = 1 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 6x - 9y + 15z = 3 \\ 8x - 12y + 20z = 4 \\ -4x + 6y - 10z = -2 \end{cases}$$

Ejercicio 3.

1. En las figuras siguientes se representa gráficamente las soluciones de distintas ecuaciones lineales pertenecientes a sistemas 3×2 (3 ecuaciones y 2 incógnitas). Describir en cada caso la solución del sistema (en caso de que el sistema sea compatible, indicar gráficamente la solución)



2. Considerese el siguiente sistema

$$\begin{cases} 60x - 2y = -200 \\ -90x + 3y = 150 \\ -217x + 7y = 35 \end{cases}$$

¿A cuál de los sistemas de la parte 1. se asemeja? Justificar.

Ejercicio 4.

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones, dependiente de un parámetro real k :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + ky + z = 3 \\ kx - 3z = 6 \end{cases}$$

1. Resuelva el sistema para $k = 5$.
2. Resuelva el sistema para $k = 1$.
3. Discuta la solución del sistema según el valor del parámetro k .

Ejercicio 5.

Un fabricante de cerveza artesanal se interesa en la mezcla de cebada y dos tipos diferentes de lúpulos para obtener una cerveza “Doble IPA”. El kilo de cebada le cuesta al fabricante \$120, el kilo de lúpulo “cascade” \$160 y el kilo de lúpulo “columbus” \$140 pesos por kilo.

El fabricante quiere mezclar un lote de 1.000 kilos de cebada y lúpulos, contando con un presupuesto para comprarlos de \$126.000. En la mezcla se debe cumplir que la cantidad usada de cebada debe ser 4 veces superior a la suma de los lúpulos. ¿Existe alguna combinación de lúpulos y cebada que cumpla con las tres condiciones mencionadas?

Ejercicio 6.

Un estadio de fútbol con capacidad para 72.000 personas está lleno durante la celebración de un partido entre los equipos A y B . Unos espectadores son socios del equipo A otros lo son de equipo B , y el resto no son socios de ninguno de los equipos que están jugando. A través de la venta de localidades sabemos lo siguiente:

- a. Los socios del equipo B superan en 8.420 a los socios del equipo A .
- b. La cantidad de espectadores socios del equipo B duplica a los espectadores que no son socios de ningún equipo.

¿Cuántos socios de cada equipo y no socios hay en el estadio viendo el partido?

Ejercicio 7.

En una caja hay monedas de 1, de 2 y de 5 pesos uruguayos. La suma del número de monedas de 2 y 5 pesos es inferior en 4 monedas al número de monedas de 1 peso. El número de monedas de 2 pesos excede en una unidad al 40% del número de monedas de 1 peso. Sabiendo que si tuviéramos una moneda más de 1 peso, el valor de todas ellas sería de 50 pesos, calcule el número de monedas que hay de cada clase.

Ejercicio 8.

Tres candidatos se presentan a las elecciones para ser alcaldes de una ciudad de Uruguay: González, López y Pérez. El total de votos obtenidos por los tres candidatos asciende a 40.000.

Se sabe además que González obtuvo 10.000 votos más que López y Pérez juntos. Además, González y López juntos obtuvieron siete veces más votos que Pérez.

Se pide:

1. Expresar los datos disponibles mediante un sistema de ecuaciones lineales.
2. Resolviendo el sistema, deducir el número de votos obtenido por cada candidato.

Ejercicio 9. Cinco amigos suelen tomar café juntos. El primer día tomaron 2 cafés, 2 cortados y un café con leche y debieron pagar 300 pesos. Al día siguiente tomaron un café, un cortado y tres cafés con leche, por lo que pagaron 325 pesos. El tercer día sólo acudieron cuatro de ellos y tomaron un café, dos cortados y un café con leche, ascendiendo la cuenta a 245 pesos. ¿Cuál es el precio del café, del cortado y del café con leche?

Ejercicio 10. Ocurre una catástrofe en un país con déficit en infraestructura vial. Desde el gobierno central se organiza la distribución de alimentos de subsistencia: leche larga vida, latas de corned beef, y galletas saladas. Para facilitar la distribución posterior, los envases serán empacados en “packs” de varias unidades del mismo alimento.

- a. El transporte se realizara en camiones que tienen ciertas restricciones de carga. Se sabe que:
 - i. 4 veces el peso del pack de leche más 2 veces el peso del pack de galletas debe superar al peso de un pack de corned beef en 40 kg.
 - ii. 3 veces el peso del pack de leche más 6 veces el peso del pack de corned beef debe superar al peso de 3 veces el pack de galletas en 30 kg.
 - iii. 3 veces el peso del pack de corned beef debe ser igual al peso de 2 veces el pack de galletas.

Con los datos anteriores determinar cuántos kilos de alimentos debe tener cada pack. Dar 3 soluciones posibles.

- b. Desde el gobierno se analiza la posibilidad de distribuir la comida en otro modelo de camión. En este caso se mantiene las restricciones i. y ii. mientras que la restricción iii. cambia por: 3 veces el peso del pack de corned beef debe superar al peso de 2 veces el pack de galletas en 20kg.

¿Esta alternativa es mejor que la a.?

Ejercicios complementarios

Ejercicio 1.

Resuelva mediante escalerización y represente gráficamente el conjunto de soluciones:

$$\text{a. } \begin{cases} 2(x+2) = y+3 \\ 3(3x+y) = 1-3y \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} 2x-3y = -13 \\ 4x+2y = -2 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 3x+2y = 6 \\ 3/2x-3 = y \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 4x-2y = 10 \\ -2x+y = -5 \end{cases}$$

Ejercicio 2.

Utilizando el método de escalerización determine el conjunto solución para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a. } \begin{cases} -2x+y+3z = 10 \\ 10x-5y-15z = 30 \\ x+y-3z = 25 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} x+2y = z+1 \\ 3x = 2(y+z) \\ 3(x+z) = 4(y+1) \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} x+y+z = 0 \\ 3x-y+2z = -1 \\ x+2y+3z = -5 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 3(x+z) = 1-y \\ 2(y-z) = 3-x \\ 6x+2y+6z = -1 \end{cases}$$

Ejercicio 3.

Considérese el siguiente sistema 3×3 de parámetro k :

$$\begin{cases} x-ky+z = 1 \\ x+y+z = k+2 \\ kx+y+z = 4 \end{cases}$$

1. Resuelva el sistema para $k = 3$.
2. Discuta el sistema según los diferentes valores de k .

Ejercicio 4.

Juan ha ahorrado 1.372 dólares. Ese dinero puede gastarlo totalmente comprando un teléfono celular, un Xbox y en un viaje a Buenos Aires. El precio del teléfono celular excede en 140 dólares a la suma de los precios del Xbox y del viaje. Por otra parte, Juan hace tiempo que quiere viajar con el hermano y sabe que el precio de un acompañante para el viaje a Buenos Aires es la mitad del precio inicial. En este caso no se comprara el Xbox y le quedan 208 dólares. Calcule los precios del teléfono celular, del Xbox y del viaje a Buenos Aires.

Ejercicio 5.

En una encuesta realizada recientemente sobre “Tabaquismo” se obtiene que el número de individuos a favor de la normativa que prohíbe fumar a menos de 20 metros de los centros de estudio y hospitales duplica a la suma de los que están en contra y los que no opinan. El total de entrevistados asciende a 360 personas y la diferencia entre los que expresan su opinión y los que no lo hacen duplica a la diferencia entre el número de individuos a favor y el número de los que están en contra de la prohibición. Determine cuántos entrevistados estaban a favor de la prohibición, en contra y cuántos no opinaron.

Ejercicio 6.

Se realiza un estudio sobre el número de personas entre 0 y 17 años de los departamentos de Artigas, Rivera y Tacuarembó. Los resultados indican que el total de personas en dicha franja etaria en esos tres departamentos es de 16.927. Además, se conoce que la población con esa edad en Artigas y Rivera supera a la de Tacuarembó en 8.797 personas, mientras que la de Rivera y Tacuarembó supera a la de Artigas en 6.713 personas.

Se pide:

1. Expresar los datos disponibles mediante un sistema de ecuaciones lineales.
2. Resolviendo el sistema, deducir el número de personas entre 0 y 17 años de cada uno de esos departamentos.

Ejercicio 7.

Clasificar y resolver el siguiente sistema 3×3 y discutir su solución según los valores del parámetro k

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ kx - y = 1 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$