

Ejercicio 1

La siguiente matriz representa un juego estático entre el Jugador A y el Jugador B. Los números entre paréntesis representan las utilidades de los jugadores. El número a la izquierda de la coma es la utilidad del jugador A y el de la derecha, la utilidad del jugador B.

| | | B | | | |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | b ₁ | b ₂ | b ₃ | b ₄ |
| A | a ₁ | (-2,2) | (0,1) | (-1,-1) | (3,3) |
| | a ₂ | (-4,3) | (-3,0) | (-2,-2) | (-2,1) |
| | a ₃ | (1,1) | (0,2) | (2,-3) | (2,3) |

- 1.1 Determine si los jugadores tienen estrategias dominadas y reduzca la matriz eliminándolas.
- 1.2 Determine si la matriz reducida tiene equilibrios de Nash y diga cuáles son.

Ejercicio 2

En la ciudad de Monte Sexto hace ya varias elecciones que triunfa el Partido Progresista derrotando a sus clásicos rivales, el Partido Liberal y el Partido Conservador. Para las próximas elecciones las encuestas le atribuyen nuevamente la mayoría de la intención de voto al Partido Progresista, pero las estimaciones que hacen los especialistas le auguran una votación inferior al 50%. En esas condiciones los partidos Liberal y Conservador podrían derrotarlo siempre y cuando hicieran una alianza electoral que les permitiera sumar sus votos, ya que la elección se dirime por mayoría relativa en una sola vuelta. Pero ambos partidos aspiran a colocar a su propio candidato en la alcaldía de Monte Sexto y para tener éxito deberían ponerse de acuerdo en un candidato común. En consecuencia, cada uno de ellos debe decidir si postula su propio candidato o apoya al candidato del otro partido.

- 2.1 Modele la interacción entre el Partido Conservador y el Partido Liberal como un juego estático no cooperativo utilizando la forma estratégica. Considere que ambos partidos prefieren tener su propio candidato antes que apoyar al otro, pero en segundo lugar prefieren apoyar al otro partido antes que competir por separado.
- 2.2 Analice el modelo propuesto indicando si existen estrategias dominantes o dominadas y determine los equilibrios. Fundamente su respuesta.

Ejercicio 3

La siguiente matriz representa un juego estático entre el Jugador 1 y el Jugador 2. Los números entre paréntesis representan las utilidades de los jugadores. El número a la izquierda de la coma es la utilidad del jugador 1 y el de la derecha, la utilidad del jugador 2.

| | | Jugador 2 | | | |
|-----------|---|-----------|--------|---------|-------|
| | | W | X | Y | Z |
| Jugador 1 | A | (-1,-1) | (2,-2) | (-1,-2) | (2,0) |
| | B | (0,2) | (0,0) | (1,-1) | (1,1) |
| | C | (-2,0) | (-1,1) | (-2,0) | (0,2) |
| | D | (-1,2) | (2,1) | (0,1) | (0,1) |

3.1 Determine si los jugadores tienen estrategias dominadas y reduzca la matriz eliminándolas.

3.2 Determine si la matriz reducida tiene equilibrios de Nash y diga cuáles son.

Pauta de respuesta

Ejercicio 1

| | | | | | |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | B | | | |
| | | b ₁ | b ₂ | b ₃ | b ₄ |
| A | a ₁ | (-2,2) | (0,1) | (-1,-1) | (3,3) |
| | a ₂ | (-4,3) | (-3,0) | (-2,-2) | (-2,1) |
| | a ₃ | (1,1) | (0,2) | (2,-3) | (2,3) |

Primero observo las estrategias del Jugador A y comparo de a pares sus estrategias para determinar si existen estrategias estrictamente dominadas. Al comparar a₁ con a₂, observo que a₁ siempre reporta mejores pagos que a₂, por tanto, a₂ está dominada estrictamente por a₁. Procedo a eliminar a₂, y observo que el Jugador A ya no tiene estrategias dominadas. Observo ahora las estrategias del Jugador B. Al comparar de a pares, observo que b₃ es dominada por b₁, pues esta última siempre reporta mejores pagos. Por tanto, elimino b₃. Sigo comparando de a pares las estrategias del Jugador B, y observo que b₂ se encuentra estrictamente dominada por b₄, de modo que puedo eliminarla también. Luego de eliminar b₂ y b₃ me queda la siguiente matriz reducida:

| | | | |
|----------|----------------|----------------|----------------|
| | | B | |
| | | b ₁ | b ₄ |
| A | a ₁ | (-2,2) | (3,3) |
| | a ₃ | (1,1) | (2,3) |

Ahora en la matriz reducida se observa que el Jugador A no tiene estrategias dominadas para eliminar. Mientras, para el Jugador B b₄ domina estrictamente a b₁, por lo que puedo eliminar b₁. En esas circunstancias el Jugador A debe jugar a₁ ya que de esa forma obtiene su mejor pago (en otros términos, con el Jugador B jugando b₄ (su única estrategia sobreviviente a la eliminación de estrategias dominadas) a₁ domina estrictamente a a₃ (pues 3 > 2). En conclusión, a partir de la eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas, el juego halla su solución. El perfil de estrategia (a₁, b₄) es un equilibrio de Nash (equilibrio de estrategia dominante), ya que contiene una combinación de mejores respuestas de ambos jugadores.

Ejercicio 2

2.1. El modelo de juego en forma estratégica entre los partidos sería el siguiente:

| | | Partido Conservador | |
|-----------------|------------------|---------------------|----------------|
| | | Candidato propio | Apoyar al otro |
| Partido Liberal | Candidato propio | (0,0) | (2,1) |
| | Apoyar al otro | (1,2) | (-1,-1) |

La letra pide “Modele la interacción entre el Partido Conservador y el Partido Liberal como un juego no cooperativo utilizando la forma estratégica” Por lo tanto se trata de un juego de dos jugadores: Partido Liberal y Partido Conservador. Asimismo, las acciones posibles de los jugadores también están determinadas por la letra: “cada uno de ellos debe decidir si postula su propio candidato o apoya al candidato del otro partido.” Entonces establecemos las acciones como Candidato propio y Apoyar al otro. De este modo resulta una matriz de dos por dos que representa cuatro perfiles de estrategia. De la letra también podemos inferir el orden de preferencias de los jugadores sobre esos resultados. Ambos prefieren tener su propio candidato siempre y cuando el otro partido lo apoye. Entonces el partido que lanza su candidato y logra el apoyo del otro obtiene la máxima utilidad que en este caso representamos como 2. Su segunda preferencia también aparece explícitamente en la letra: “en segundo lugar prefieren apoyar al otro partido antes que competir por separado”. Por lo tanto cuando un partido apoya al que lanza un candidato obtiene la segunda mejor utilidad a la que asignamos un valor de 1. Claramente competir por separado es peor para ambos que cualquiera de los resultados anteriores, pero también podemos suponer que para ambos es mejor competir por separado que la situación que se genera cuando ambos deciden apoyar al otro, porque de esta última forma se quedarían directamente sin candidato. En consecuencia, le asignamos una utilidad de 0 para cada uno cuando compiten por separado y de -1 a cada uno cuando ninguno de los dos compete.

2.2. Analizando el juego representado en la matriz se observa que no existen estrategias dominadas ni dominantes, ya que ninguna acción es siempre mejor o peor que la otra. Por otra parte se puede ver que existen dos equilibrios de Nash: (Candidato propio, Apoyar al otro) y (Apoyar al otro, Candidato propio). Si el Partido Liberal decide tener candidato propio, la mejor respuesta del Partido Conservador es apoyarlo. Asimismo, si el Partido Conservador decidiera apoyar un candidato liberal, la mejor respuesta del Partido Liberal sería tener su propio candidato. Simétricamente ocurre otro tanto: si el Partido Conservador decide tener su propio candidato, la mejor respuesta del Partido Liberal sería apoyarlo; así como en caso de que el Partido Liberal decidiera apoyar un candidato conservador, la mejor respuesta del Partido Conservador sería lanzar su propio candidato. En términos generales el juego representa una situación de interacción similar a la conocida con el nombre de Batalla de los Sexos.

Ejercicio 3

3.1. El jugador 1 nunca jugará C, dado que obtiene una utilidad estrictamente mayor jugando A o B, cualquiera sea la jugada del jugador 2. C es estrictamente dominada para el Jugador 1. La matriz se reduce a:

| | | Jugador 2 | | | |
|-----------|---|-----------|--------|---------|-------|
| | | W | X | Y | Z |
| Jugador 1 | A | (-1,-1) | (2,-2) | (-1,-2) | (2,0) |
| | B | (0,2) | (0,0) | (1,-1) | (1,1) |
| | D | (-1,2) | (2,1) | (0,1) | (0,1) |

El jugador 2 nunca jugará Y, dado que obtiene una utilidad estrictamente mayor jugando W, cualquiera sea la jugada del jugador 1. Y es estrictamente dominada para el Jugador 2. La matriz se reduce a:

| | | Jugador 2 | | |
|-----------|---|-----------|--------|-------|
| | | W | X | Z |
| Jugador 1 | A | (-1,-1) | (2,-2) | (2,0) |
| | B | (0,2) | (0,0) | (1,1) |
| | D | (-1,2) | (2,1) | (0,1) |

El jugador 2 nunca jugará X, dado que obtiene una utilidad estrictamente mayor jugando W, cualquiera sea la jugada del jugador 1. X es estrictamente dominada para el Jugador 2. La matriz se reduce a:

| | | Jugador 2 | |
|-----------|---|-----------|-------|
| | | W | Z |
| Jugador 1 | A | (-1,-1) | (2,0) |
| | B | (0,2) | (1,1) |
| | D | (-1,2) | (0,1) |

El jugador 1 nunca jugará D, dado que obtiene una utilidad estrictamente mayor jugando B, cualquiera sea la jugada del jugador 2. D es estrictamente dominada para el Jugador 1. La matriz se reduce a:

| | | Jugador 2 | |
|-----------|---|-----------|-------|
| | | W | Z |
| Jugador 1 | A | (-1,-1) | (2,0) |
| | B | (0,2) | (1,1) |

No puede reducirse más la matriz.

3.2. Equilibrios de Nash en la matriz reducida. Coloreo las mejores respuestas del jugador 2 con amarillo y las mejores respuestas del jugador 1 con verde, si una celda tiene los dos pagos coloreados entonces encontramos un equilibrio de Nash.

| | | Jugador 2 | |
|-----------|---|-----------|-------|
| | | W | Z |
| Jugador 1 | A | (-1,-1) | (2,0) |
| | B | (0,2) | (1,1) |

Hay dos equilibrios de Nash: (B,W) y (A,Z), con pagos (0,2) y (2,0), ya que ambos contienen combinaciones de mejores respuestas.