Aplicación 1: Duopolio de Stackelberg

- Similar al duopolio de Cournot, pero ahora la empresa 1 juega primero.

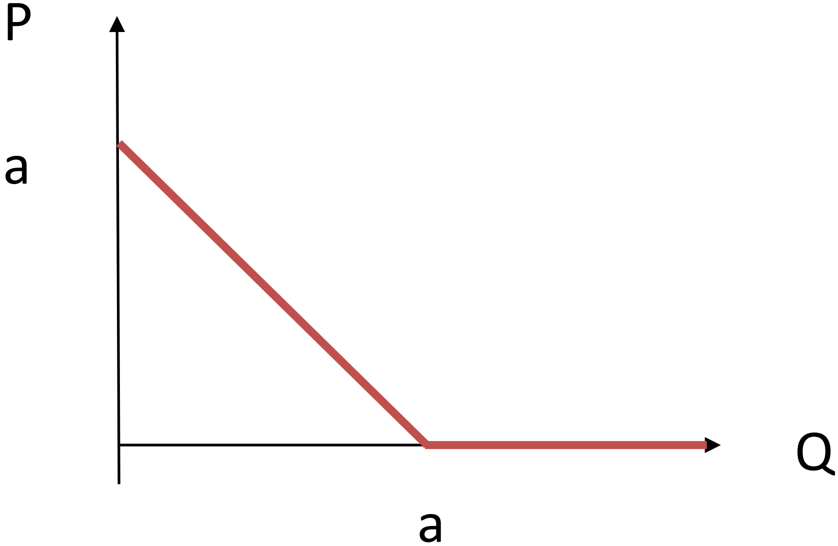
- Dos empresas producen mismo bien, cantidades q_1 y q_2

- Precio:

$$P(Q) = a - Q = a - (q_1 + q_2) \qquad \text{si} \quad Q < a$$

$$\mathrm{P}(Q) = 0 \qquad \text{si} \quad Q \geq a$$

Gráficamente:



Costo de producir cantidad q_i:

$C(q_i) = cq_i$ con $c < a$

Empresa 1 elige producción primero. Empresa 2 elige después.

Representación del juego:

- Jugadores: las dos empresas
- Secuencia temporal: en período 1 juega empresa 1, en período 2 juega empresa 2.
- Estrategias factibles: $q_i \geq 0$
- Información: empresa 2 conoce producción de 1
- Ganancias:

$$\pi_i\left(q_i, q_j\right) = P(Q)q_i - cq_i = P\left(q_i + q_j\right)q_i - cq_i$$

Resolvemos por inducción retrospectiva:

1. Período 2. La empresa 2 tiene que decidir cuánto producir, sabiendo cuánto produjo la empresa 1:

$$\max_{q_2 \geq 0} \pi_2(q_1, q_2) = P(q_1 + q_2)q_2 - cq_2$$

sujeto a: $P(q_1 + q_2) = a - (q_1 + q_2)$

$$\rightarrow \max_{q_2 \geq 0} \pi_2(q_1, q_2) = (a - q_1 - q_2)q_2 - cq_2$$

Mejor respuesta de empresa 2: elegir producción q_2 que maximiza su utilidad, dada la producción de empresa 1.

Notar: Problema para empresa 2 es análogo al que resolvimos para las dos empresas en el duopolio de Cournot → igual solución.

Notar: las utilidades de la empresa son cero cuando la producción es cero, crecen para algunos valores de la producción y luego empiezan a caer → en el máximo, las utilidades no cambian cuando cambia la cantidad producida.

Condición de máximo:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2}(q_1, q_2) = 0 \rightarrow q_2 = \frac{1}{2}(a - c - q_1)$$

Esta última expresión indica cuál es la producción óptima para empresa 2 para cada valor que haya elegido producir la empresa 1. Es la mejor respuesta de 2 a 1.

$$\rightarrow R_2(q_1) = \frac{1}{2}(a - c - q_1)$$

2. Período 1. La empresa 1 tiene que decidir cuánto producir, sabiendo que la empresa 2 observará su decisión y aplicará la regla $R_2(q_1)$.

$$\max_{q_1 \geq 0} \pi_1(q_1, R_2(q_1)) = P(q_1 + R_2(q_1))q_1 - cq_1$$

sujeto a: $P(q_1 + R_2(q_1)) = a - (q_1 + R_2(q_1))$

Notar: Al elegir cuánto producir, la empresa 1 debe tomar en consideración la respuesta que elegirá después la empresa 2 a su producción, es decir $R_2(q_1)$. Difiere en esto de Cournot, es decir del juego simultáneo.

$$\rightarrow \max_{q_1 \geq 0} \pi_1(q_1, R_2(q_1)) = (a - q_1 - R_2(q_1))q_1 - cq_1$$

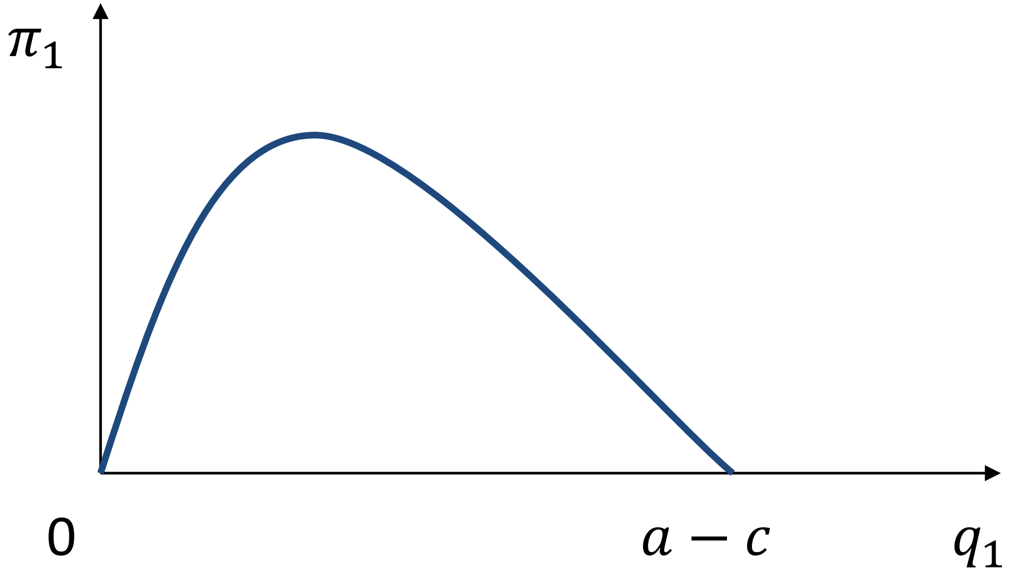
$$\rightarrow \max_{q_1 \geq 0} \pi_1(q_1, R_2(q_1))$$

$$= \left(a - q_1 - \frac{1}{2}(a - c - q_1)\right) q_1 - cq_1$$

$$\rightarrow \max_{q_1 \geq 0} \pi_1(q_1, R_2(q_1)) = \frac{1}{2}(a - q_1 + c)q_1 - cq_1$$

$$\rightarrow \max_{q_1 \geq 0} \pi_1(q_1, R_2(q_1)) = \frac{1}{2}(a - q_1 - c)q_1$$

Las utilidades de la empresa 1 tienen la siguiente forma:



Condición de máximo:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1}(q_1, q_2) = 0$$

$$\rightarrow q_1^* = \frac{1}{2}(a - c)$$

Entonces, la empresa 1 produce q_1^* y la empresa 2 produce:

$$\rightarrow q_2^* = R_2(q_1^*) = \frac{1}{2}\left(a - c - \frac{1}{2}(a - c)\right)$$

$$\rightarrow q_2^* = \frac{1}{4}(a - c)$$

Resumen

- La empresa que juega primero ("líder") produce más que la que juega después ("seguidora").

- La empresa "líder" obtiene más utilidades que la "seguidora".

- El "líder" de Stackelberg obtiene mayores utilidades que los duopolistas de Cournot y éstos obtienen mayores utilidades que la empresa "seguidora" en Stackelberg.

→ Hay una ventaja de jugar primero.