

Teoría de Juegos

Diego Luján

diego.lujan@cienciassociales.edu.uy

Clase 5

Estructura de la presentación

1. Aplicación: duopolio de Cournot
2. Equilibrios en estrategias mixtas
3. *Trembling hand perfect equilibria*
4. Repartido de ejercicios 2

Estructura de la presentación

1. Aplicación: duopolio de Cournot
2. Equilibrios en estrategias mixtas
3. *Trembling hand perfect equilibria*
4. Repartido de ejercicios 2

Duopolio de Cournot

- Es un juego de información completa pero imperfecta.
- Dos empresas deben decidir un cierto nivel de producción.
- Productos idénticos, misma función de producción y costos marginales constantes.
- El precio lo decide el mercado. Las dos empresas sólo deciden cuánto producir.

Duopolio de Cournot

- La ganancia de cada empresa depende de la cantidad producida no sólo por ella, sino por su rival.
- Al tratarse de un juego con información imperfecta, las jugadas se eligen simultáneamente.
- Entonces, se trata de encontrar para qué nivel de q_i existe un equilibrio de Nash, y con qué utilidades para cada empresa.
- Para simplificar, vamos a ver un modelo con estrategias discretas.

Modelo de Cournot

		Empresa 2		
		50	33	25
Empresa 1	50	0, 0	83,56	125,63
	33	56,83	111,111	139,104
	25	63,125	104,139	125,125

Duopolio de Cournot

- El juego tiene un EN en $\{33, 33\}$, con pagos $\{111, 111\}$.
- Si logran comprometerse a un nivel de producción menor $\{25, 25\}$, podrían obtener mayores beneficios $\{125, 125\}$.
- Sin embargo, al tratarse de un juego con información imperfecta (de elección simultánea) no pueden alcanzar ese equilibrio.
- Aún sin estrategias dominantes, un dilema parecido al del DP.

Estructura de la presentación

1. Aplicación: duopolio de Cournot
2. Equilibrios en estrategias mixtas
3. *Trembling hand perfect equilibria*
4. Repartido de ejercicios 2

Un ejemplo sin Equilibrio de Nash

		J2	
		s_1	s_2
J1	S_1	1, 1	0, 4
	S_2	-1, 3	3, -5

Estrategias mixtas

- Para un jugador i una estrategia mixta es una distribución de probabilidad sobre las estrategias contenidas en S_i .
- Visto de esta forma, las estrategias “puras” son aquellas cuya elección es discreta (o con una $p = 1$).
- Para buscar equilibrio en EM: combinar las probabilidades de tal forma que la utilidad esperada por jugar una estrategia sea igual a la utilidad esperada por jugar la(s) otra(s), para ambos jugadores.
- Considerar EM implica generar infinitas estrategias, lo cual implica que los jugadores no pueden ser anticipados pues responden a una lotería.

Un ejemplo con estrategias mixtas (Sánchez-Cuenca, pp. 44-46)

		J2 (nones)	
		<i>Pares</i>	<i>Nones</i>
J1 (pares)	<i>Pares</i>	1, -1	-1, 1
	<i>Nones</i>	-1, 1	1, -1

Asumimos que J1 juega *Pares* con probabilidad p Y que J2 juega *Pares* con probabilidad q .

La pregunta es ¿qué p y qué q vuelven indiferentes a J1 y J2 entre sus posibles acciones?

$$UE_{J1}(Pares) = 1 * q - 1 * (1 - q) \Rightarrow q - 1 + q \Rightarrow 2q - 1$$

$$UE_{J1}(Nones) = -1 * q + 1 * (1 - q) \Rightarrow -q + 1 - q \Rightarrow 1 - 2q$$

Igualando,

$$2q - 1 = 1 - 2q \Rightarrow 2 = 4q \Rightarrow \boxed{q = 1/2}$$

El mismo razonamiento se sigue para J_2 , ya que se trata de un juego simétrico.

$p = 1/2$ y $q = 1/2$ son las probabilidades que vuelven indiferentes a J_1 y J_2 entre sus posibles jugadas.

En consecuencia,

$$ENEM = \left\{ \frac{1}{2} Pares, \frac{1}{2} Nones; \frac{1}{2} Pares, \frac{1}{2} Nones \right\}$$

El ejemplo sin ENEP, ahora considerando EM

		J2	
		s_1	s_2
J1	S_1	1, 1	0, 4
	S_2	-1, 3	3, -5

¿Qué sucede con la Batalla de los sexos si consideramos EM?

		Pat	
		<i>Opera</i>	<i>Boxeo</i>
Chris	<i>Opera</i>	2, 1	0, 0
	<i>Boxeo</i>	0, 0	1, 2

Estructura de la presentación

1. Aplicación: duopolio de Cournot
2. Equilibrios en estrategias mixtas
3. *Trembling hand perfect equilibria*
4. Repartido de ejercicios 2

Trembling hand perfect equilibria

- Se trata de utilizar la noción de estrategias mixtas para eliminar EN cuando existen múltiples equilibrios.
- La idea es perturbar el juego asumiendo que los jugadores cometen errores con una probabilidad positiva (trembling hand), pero muy pequeña ($\epsilon > 0$), y observar a qué nivel de ϵ alguno/s de los EN se mantienen.
- De este modo, es posible eliminar EN que no son robustos para cierto nivel de error.
- El equilibrio que resiste un mayor nivel de error se dice que es resistente, o bien que es un equilibrio de mano temblorosa.

Un ejemplo de THPE

	Left	Right
Up	1,1	2,0
Down	0,2	2,2

Hallar equilibrios en estrategias puras.

Perturbamos primero el EN robusto

		$1 - \epsilon_2$	ϵ_2
		Left	Right
$1 - \epsilon_1$	Up	1,1	2,0
ϵ_1	Down	0,2	2,2

Perturbamos ahora el otro EN

		ϵ_2	$1 - \epsilon_2$
		Left	Right
ϵ_1	Up	1,1	2,0
$1 - \epsilon_1$	Down	0,2	2,2

Estructura de la presentación

1. Aplicación: duopolio de Cournot
2. Equilibrios en estrategias mixtas
3. *Trembling hand perfect equilibria*
4. Repartido de ejercicios 2