

Macar lo que corresponda: Reglamentado Libre

Nombre _____ C.I. _____

Es una prueba con materiales a la vista

ADVERTENCIA: una respuesta sin fundamentación o explicación podrá ser calificada como insuficiente.

Estudiantes reglamentados: Deben realizar los dos ejercicios de la primera parte y uno a elección de la segunda parte. Se califica sobre tres ejercicios. Disponen de una hora y media.

Estudiantes libres: Deben realizar la totalidad del examen. Se califica sobre cuatro ejercicios. Disponen de dos horas.

Primera parte

Ejercicio 1 (2 puntos)

La siguiente matriz representa un juego estático entre el Jugador 1 y el Jugador 2. Los números a la izquierda y a la derecha de cada celda representan los pagos del Jugador 1 y Jugador 2, respectivamente.

| | | Jugador 2 | | | |
|-----------|---|-----------|-----------|----------|-----------|
| | | A | B | C | D |
| Jugador 1 | 1 | 23 50 | 21 41 | 70 32 | 25 27 |
| | 2 | 70 110 | 75 100 | 50 25 | 35 25 |
| | 3 | 75 25 | 100 95 | 50 52 | 62 70 |
| | 4 | 51 27 | 50 50 | 32 40 | 60 100 |

1.1 Determine si los jugadores tienen estrategias estrictamente dominadas e identifíquelas. Asimismo, determine si existen estrategias débilmente dominadas e identifíquelas.

1.2 Reduzca la matriz mediante la eliminación de estrategias estrictamente dominadas. A partir de la matriz reducida halle el o los equilibrios del juego en estrategias puras. Fundamente su respuesta.

Ejercicio 2 (2 puntos)

Considere el siguiente juego dinámico con información completa y perfecta representado en la forma normal donde el Jugador 1 juega primero (en las estrategias del Jugador 2 la primera acción es la respuesta a S de J1 y la segunda acción es la respuesta a D de J1):

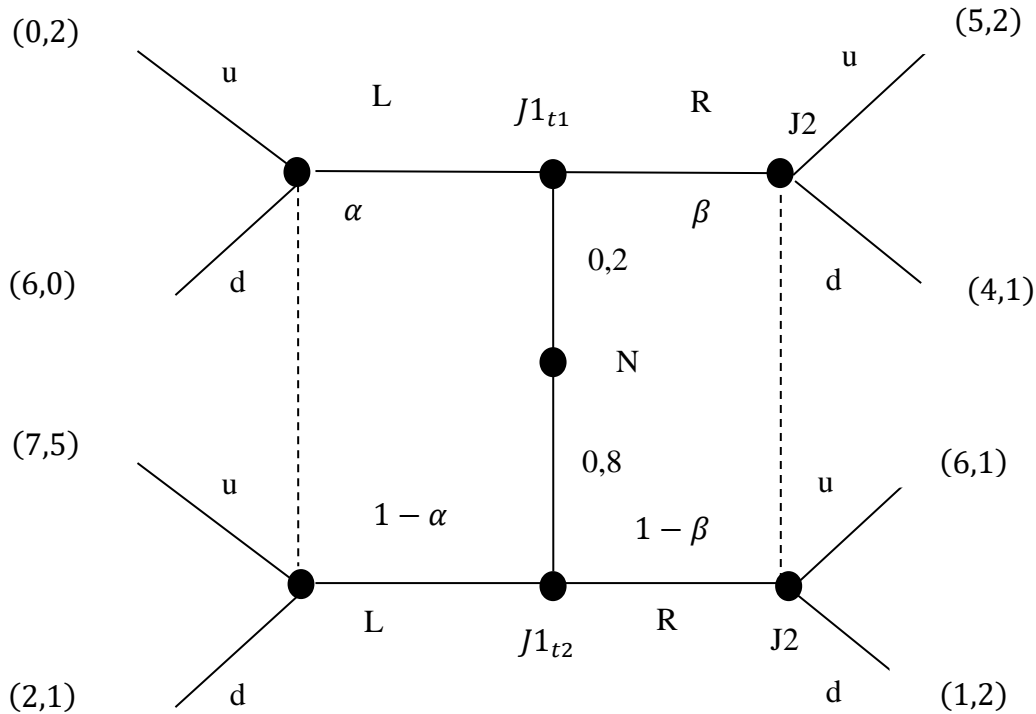
| | | Jugador 2 | | | |
|-----------|---|-----------|---------|--------|--------|
| | | (s,s) | (s,d) | (d,s) | (d,d) |
| Jugador 1 | S | (-5,-5) | (-5,-5) | (3,-1) | (3,-1) |
| | D | (-1,3) | (0,0) | (-1,3) | (0,0) |

- 2.1. Determine los equilibrios de Nash en estrategias puras. Explique.
- 2.2. Represente la forma extensiva del juego.
- 2.3. Identifique el o los equilibrios perfectos por subjuegos. Explique.
- 2.4. ¿Existe alguna “amenaza vacía” en el o los equilibrios de Nash que identificó?
Fundamente su respuesta.

Segunda parte

Ejercicio 3 (2 puntos)

Considere un juego de información incompleta con la siguiente forma extensiva:

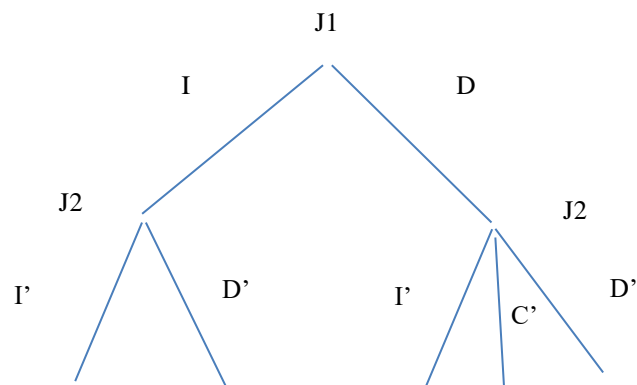


3.1. ¿Existe un equilibrio separador en el que el jugador 1 de tipo 1 juega R y el de tipo 2 juega L? Si su respuesta es afirmativa, describa ese equilibrio, diciendo cuál será la estrategia y creencias a lo largo del juego del jugador 2. Si su respuesta es negativa, explique por qué llega a esa conclusión.

3.2. ¿Qué parte de su respuesta anterior se modificaría si las probabilidades iniciales fueran 0,5 (es decir que las probabilidades antes de observar las acciones fueran 0,5 en lugar de 0,2 y 0,8)?

Ejercicio 4 (2 puntos)

Considere un juego entre dos jugadores con la siguiente forma extensiva



- 4.1. Describa todas las estrategias posibles de los jugadores.
- 4.2. Describa tres **perfiles** de estrategias.
- 4.3. ¿Es posible formular una variante del juego anterior con exactamente las mismas jugadas pero distinta información en la que el jugador 2 no observe la jugada previa del jugador 1? Si su respuesta es negativa, explique por qué. Si su respuesta es afirmativa, identifique todas las estrategias posibles del jugador 2.

Pauta de respuesta

Ejercicio 1

1.1 Para determinar si hay estrategias dominadas empezamos por el Jugador 1. Comparamos sus pagos de a pares de estrategias (para todos los pares). Observamos que la estrategia 3 domina débilmente a 2, y estrictamente a 4. Para el Jugador 2, B domina estrictamente a C, y no existen estrategias débilmente dominadas.

1.2 Eliminando las estrategias estrictamente dominadas halladas en el punto anterior, llegamos a la siguiente matriz reducida:

| | | Jugador 2 | | | | | |
|-----------|---|-----------|-----|-----|-----|----|----|
| | | A | | B | | D | |
| Jugador 1 | 1 | 23 | 50 | 21 | 41 | 25 | 27 |
| | 2 | 70 | 110 | 75 | 100 | 35 | 25 |
| | 3 | 75 | 25 | 100 | 95 | 62 | 70 |

Volvemos a evaluar la matriz para ver si es posible eliminar más estrategias estrictamente dominadas. Vemos que para el Jugador 1, 2 domina estrictamente a 1, por lo que puede eliminarse esta última. Luego observamos que 3 domina estrictamente a 2, por lo que también la eliminamos.

| | | Jugador 2 | | | | | |
|-----------|---|-----------|----|-----|----|----|----|
| | | A | | B | | D | |
| Jugador 1 | 3 | 75 | 25 | 100 | 95 | 62 | 70 |

Para el Jugador 2 el juego se vuelve paramétrico (asumiendo que el Jugador 1 nunca jugará una estrategia estrictamente dominada). En este caso el Jugador 2 jugará B, pues esta domina estrictamente a A y D.

| | | Jugador 2 | |
|-----------|---|-----------|----|
| | | B | |
| Jugador 1 | 3 | 100 | 95 |

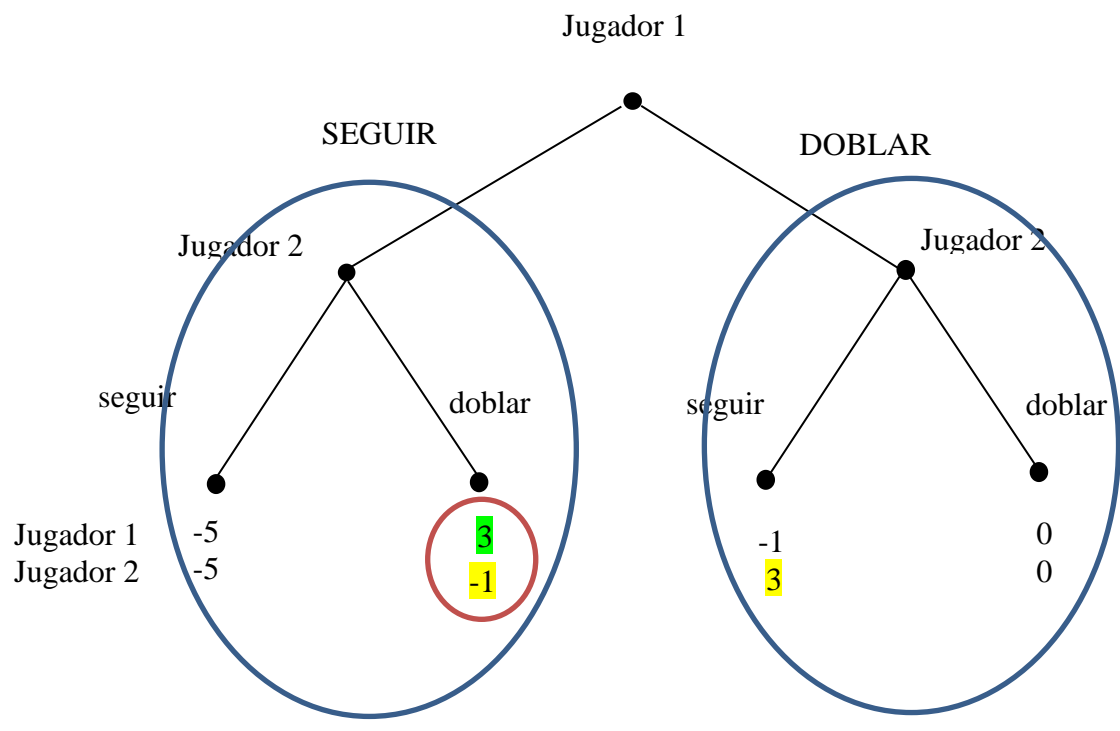
Mediante la eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas pudimos hallar el único equilibrio del juego, que es (3, B) con pagos (100, 95), que constituye un equilibrio de estrategia dominante y es una combinación de mejores respuestas para ambos jugadores.

Ejercicio 2

2.1. El juego tiene 3 equilibrios de Nash en estrategias puras que corresponden a los perfiles de estrategia S,(d,s); S,(d,d) y D(s,s). Los 3 son equilibrios de Nash porque contienen las mejores respuestas de ambos jugadores a las jugadas del otro jugador: Si J1 juega S, las mejores respuestas de J2 (en amarillo) son (d,s) y (d,d) y si el J1 juega D, las mejores respuestas del J2 (en amarillo) son (s,s) y (d,s). Asimismo, si el J2 juega (s,s) o (s,d), la mejor respuesta del J1 es D (en verde), y, si el J2 juega (d,s) o (d,d), la mejor respuesta del J1 es S (en verde).

| | | | | | |
|-----------|---|-----------|---------|--------|--------|
| | | Jugador 2 | | | |
| | | (s,s) | (s,d) | (d,s) | (d,d) |
| Jugador 1 | S | (-5,-5) | (-5,-5) | (3,-1) | (3,-1) |
| | D | (-1,3) | (0,0) | (-1,3) | (0,0) |

2.2. La representación del juego en forma extensiva es un árbol donde J1 ocupa el nodo inicial y tiene dos acciones posibles: S y D. En el segundo nivel del árbol representamos a J2 en ambos nodos que tiene a su vez dos acciones posibles: s y d. En los nodos terminales presentamos los pagos correspondientes.



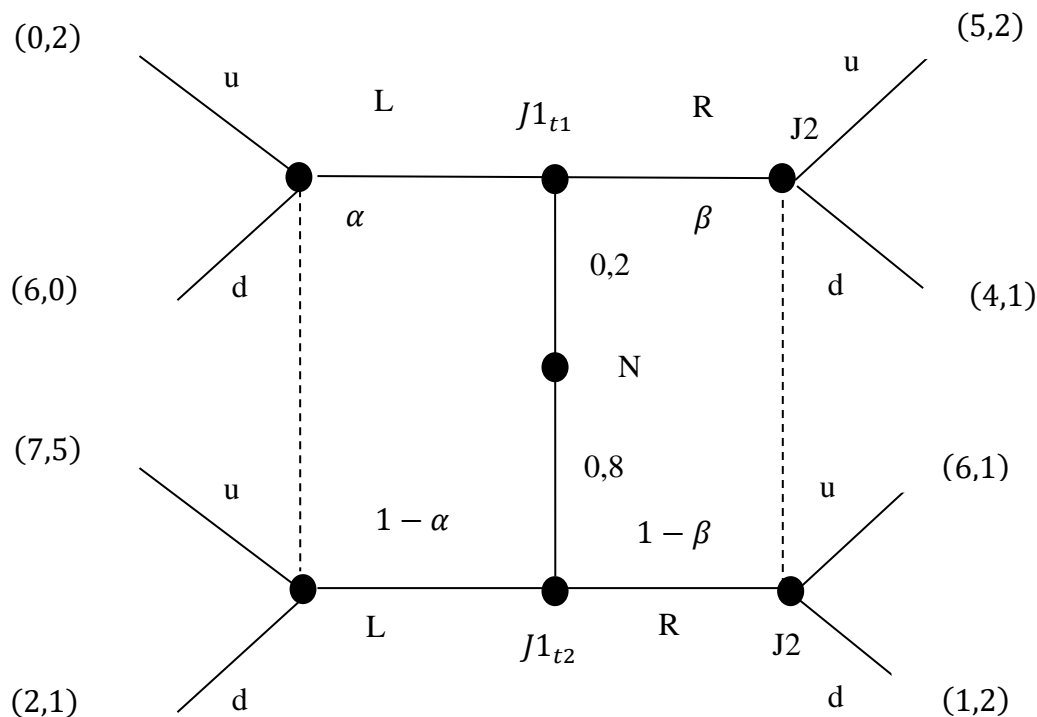
2.3. El único equilibrio perfecto por subjugos es (S(d,s)). El juego tiene dos subjugos. En el subjuego de la izquierda, este par de estrategias es un equilibrio de Nash, dado que es óptimo para J2 elegir d porque obtiene -1 en lugar de -5 y J2 es el único jugador activo en ese subjuego. También es un equilibrio de Nash en el subjuego de la derecha, ya que J2 obtiene un mejor resultado jugando s que jugando d porque obtiene 3 en lugar de 0. También es un equilibrio en el juego completo como se vio en 1.1 y como surge del resultado por retroinducción.

2.4. Los otros dos equilibrios de Nash en la matriz contienen amenazas vacías. Análisis ahora cada equilibrio de Nash en cada uno de los subjugos:

- a) (S,(d,d)). En el subjuego de la izquierda, este par de estrategias es un equilibrio de Nash, dado que J2, que es el único jugador activo en ese subjuego, debería elegir d. Pero este par de estrategias no es un equilibrio de Nash en el subjuego de la derecha, ya que J2, que es el único jugador que juega en este subjuego, obtiene un mejor resultado jugando s que jugando d. Esta estrategia incluye la amenaza vacía (y sin sentido) de J2 de jugar d si J1 juega D, cuando lo que le conviene es jugar s.
- b) (D,(s,s)). En el subjuego de la izquierda, este par de estrategias no es un equilibrio de Nash, dado que J2, el único jugador activo en ese subjuego, obtiene mayor utilidad jugando d que jugando s. Este equilibrio contiene la amenaza vacía de J2 de jugar s cuando J1 jugó S, lo que, llegado el caso, no le conviene a J2. En ambos casos no resulta racional cumplir la amenaza porque J2 obtiene mayor utilidad al no cumplirla.

Ejercicio 3 (2 puntos)

Considere un juego de información incompleta con la siguiente forma extensiva:



3.1. ¿Existe un equilibrio separador en el que el jugador 1 de tipo 1 juega R y el de tipo 2 juega L? Si su respuesta es afirmativa, describa ese equilibrio, diciendo cuál será la estrategia y creencias a lo largo del juego del jugador 2. Si su respuesta es negativa, explique por qué llega a esa conclusión.

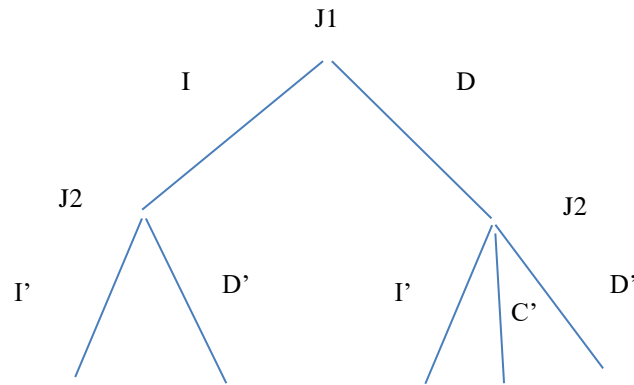
En un equilibrio separador en que el jugador 1 de tipo 1 juega R y el de tipo 2 juega L, el jugador 2 debería actualizar sus creencias del siguiente modo: $\alpha = 0$; $\beta = 1$. Dado esto, el jugador 2 elige u siempre, es decir con independencia de lo que haya elegido antes el jugador 1. El jugador 1 de tipo 1 espera entonces recibir 0 si juega L y 5 si juega R. El jugador 1 de tipo 2 espera recibir 7 si juega L y 6 si juega R. Por lo tanto, los jugadores 1 de tipos 1 y 2 juegan R y L, respectivamente. Hay entonces un equilibrio separador como el que figura en la pregunta. En este equilibrio, el jugador 2 siempre juega u. Al inicio del juego, el jugador 2 asigna una probabilidad 0,2 a que el jugador 1 sea de tipo 1. Después de observar una jugada L asigna una probabilidad 0 a que el jugador 1 sea de tipo 1 y después de observar la jugada R asigna una probabilidad 1 a que el jugador 1 sea de tipo 1.

3.2. ¿Qué parte de su respuesta anterior se modificaría si las probabilidades iniciales fueran 0,5 (es decir que las probabilidades antes de observar las acciones fueran 0,5 en lugar de 0,2 y 0,8)?

Este cambio no modifica el tipo de equilibrio encontrado. El único cambio es que las probabilidades iniciales, antes de observar la acción del jugador 1, serían 0,5.

Ejercicio 4

4.1. Describa todas las estrategias posibles de los jugadores.



El jugador 1 tiene dos estrategias que coinciden con sus acciones: I y D.

El jugador 2 tiene dos conjuntos de información en los que le toca jugar: el que sigue a la elección I de J1 y el que sigue a la elección D de J1. Una estrategia describe acciones en estos dos conjuntos de información. Por lo tanto, las estrategias posibles de J2 son: I'I', I'C', I'D', D'I', D'C' y D'D'.

4.2. Describa tres **perfiles** de estrategias.

- (i) J1: I, J2: I'I'
- (ii) J1: I, J2: I'D'
- (iii) J1: I, J2: D'D'

4.3. ¿Es posible formular una variante del juego anterior con exactamente las mismas jugadas pero distinta información en la que el jugador 2 no observe la jugada previa del jugador 1? Si su respuesta es negativa, explique por qué. Si su respuesta es afirmativa, identifique todas las estrategias posibles del jugador 2.

No es posible en este juego que el jugador 2 no observe la jugada previa del jugador 1. Si no observara esa jugada, J2 no podría tener dos acciones después de que J1 jugó I y tres acciones después de que J1 jugó D.