

## LISTA EJERCICIOS 5: JUEGOS REPETIDOS

1. Considere  $G(\delta)$ , esto es, el juego  $G$  repetido infinitas veces:

	$L$	$C$	$R$
$T$	6, 6	-1, 7	-2, 8
$M$	7, -1	4, 4	-1, 5
$B$	8, -2	5, -1	0, 0

Figura 1: Matriz de pagos

- a) ¿Para qué valores de  $\delta$  pueden los jugadores sostener en equilibrio el par de acciones  $(M, C)$  en cada período?
- b) ¿Para qué valores de  $\delta$  pueden los jugadores sostener en equilibrio el par de acciones  $(T, L)$  en cada período?
2. Considere el siguiente juego:

	$L$	$H$
$L$	5, 5	1, 8
$H$	8, 1	4, 4

- a) Pruebe que  $(H, H)$  es el único equilibrio de Nash.  
Para las siguientes preguntas considere el juego anterior infinitamente repetido con factor de descuento  $\delta$  para cada jugador.
- b) ¿Los dos juegan  $L$  incondicionalmente es un equilibrio de Nash?
- c) ¿Los dos juegan  $H$  incondicionalmente es un equilibrio de Nash?
- d) Hallar los valores de  $\delta$  para los cuales es un equilibrio de Nash seguir el siguiente perfil de estrategias: cada jugador juega  $L$  en el primer período, y juega  $L$  siempre que el otro haya jugado  $L$  en el período anterior, de lo contrario juego  $H$  para siempre.  
*Tener en cuenta que si en algún período el outcome del período es, por ejemplo,  $(H, L)$ , entonces el jugador 1 juega  $L$  por un período más, según la estrategia.*
- e) Mostrar que el EN hallado en  $d)$  no es SPE. (Considere el subjuego que empieza luego que un jugador se desvió, ¿es creíble que el otro lo castigue para siempre?). Muestre que modificando la estrategia anterior de la siguiente forma es un SPE: cada jugador juega  $L$  en el primer período, y juega  $L$  siempre que ambos hayan jugado  $L$  en el período anterior, de lo contrario juego  $H$  para siempre. (Recuerde usar el one-shot deviation principle).

- f) Considere la estrategia *tit-for-tat* vista en clase. ¿Existen valores de  $\delta$  para los cuáles la misma es un SPE?
- g) (Folk Theorem) Encuentre un SPE tal que los pagos de los jugadores en equilibrio sean (4.5,4.5) cuando  $\delta \rightarrow 1$ .
3. Considera un mercado con dos firmas que deben decidir simultáneamente cuánto producir. La función de pagos cada firma es:

$$v_1(q_1, q_2) = (30 - q_2)q_1 - q_1^2,$$

y

$$v_2(q_1, q_2) = (30 - q_1)q_2 - q_2^2.$$

- a) Encuentra el EN del juego anterior, y compara con la solución centralizada (un planificador central que maximiza  $v_1 + v_2$ ).
- b) Considera el juego anterior repetido infinitas veces, y halla una estrategia que permita obtener la solución centralizada en cada período en equilibrio (i.e. halla los valores de  $\delta$  que sostienen dicha estrategia en equilibrio).
4. Considera el juego  $G$  (ver Figura) infinitamente repetido, con  $\delta$  el factor de descuento de los jugadores. Muestra que existe un  $\delta$  suficientemente grande tal que  $(M, M)$  en cada período es el resultado de un equilibrio de Nash.

*Sugerencia (informal): considera el siguiente perfil de estrategias. Empieza jugando  $M$  cada jugador. En las historias en las cuales el resultado del período anterior fue  $(M, M)$  o  $(U, L)$ , cada jugador juega  $M$ . En las historias en las cuales el resultado del juego en el último período es distinto a  $(M, M)$  y  $(U, L)$ , el jugador 1 juega  $U$ , y el jugador 2 juega  $L$ .*

		Jugador 2		
		$L$	$M$	$R$
Jugador 1	$U$	0, 0	0, 0	1, 2
	$M$	1, 1	3, 3	0, 4
	$D$	1, 1	4, 1	9, 9

Figura 2: Juego  $G$