Primer parcial. 20/9/2021

Ejercicio 1. (3 puntos)

La siguiente matriz representa un juego estático entre J1 y J2. Los números a la izquierda y a la derecha de cada celda representan los pagos de J1 y J2, respectivamente.

		J2							
		E		**F**		**G**		**H**	
J1	**A**	1	1	1	5	-5	0	4	5
	B	2	-1	1	-1	-3	0	0	6
	C	1	-5	0	2	-4	-4	3	1
	D	0	2	-2	6	3	3	-2	0

1.1 Determine si los jugadores tienen estrategias estrictamente dominadas. En caso afirmativo, reduzca la matriz eliminándolas. (1.5 puntos)
1.2 Halle el o los equilibrios del juego. Fundamente su respuesta. (1.5 puntos)

Ejercicio 2. (3 puntos)

La siguiente matriz representa un juego estático entre J1 y J2. Los números entre paréntesis representan las utilidades de los jugadores. El número a la izquierda de la coma es la utilidad de J1 y el de la derecha la de J2.

		Jugador 2	
		Y_1	Y_2
Jugador 1	X_1	(3 , 0)	(4 , 0)
	X_2	(1 , 1)	(0 , 2)

2.1 Determine si la matriz tiene equilibrios de Nash en estrategias puras e identifíquelos. Justifique. (1 punto)

2.2 Determine si la matriz tiene equilibrios de Nash en estrategias mixtas, para lo cual asuma que el Jugador 1 elije X_1 con una probabilidad *p*, y que el Jugador 2 elije jugar Y_1 con una probabilidad *q*. Identifique el EN en estrategias mixtas. Justifique. (2 puntos)

Ejercicio 3 (3 puntos)

Considere el siguiente juego dinámico entre dos jugadores. La Jugadora 1 juega primera y debe elegir entre las opciones (Derecha, Izquierda). El Jugador 2 juega en segundo lugar, luego de observar la jugada de la primera y también debe decidir entre (Derecha, Izquierda). Las utilidades de los jugadores luego de terminado el juego son las siguientes: si ambos juegan derecha ambos obtienen -1; si ambos juegan izquierda ambos obtienen 1; si la primera juega derecha y el segundo izquierda, la primera obtiene 3 y el segundo 0; si la primera juega izquierda y el segundo derecha, la primera obtiene 0 y el segundo 3.

3.1. Represente el juego en forma extensiva.

3.2 Determine el resultado del juego por retroinducción. Explique

3.3. Represente la forma normal del juego. Identifique las estrategias de ambos jugadores. Explique.

3.4. Identifique el o los equilibrios de Nash (en estrategias puras). Explique.

3.5. ¿Existen equilibrios de Nash que no coinciden con el resultado por retroinducción? De ser así, diga las características de los equilibrios que la retroinducción descarta. Fundamente su respuesta.

Pauta de respuesta

Ejercicio 1

1.1 Para determinar si hay estrategias dominadas empezamos por J1, comparando sus estrategias de a pares. Observamos que J1 no tiene estrategias dominadas, por lo que no puede eliminarse ninguna. A continuación, observamos que J2 tampoco tiene estrategias estrictamente dominadas, por lo que la matriz no puede reducirse.

		J2							
		E		F		G		H	
J1	A	1	1	1	5	-5	0	4	5
	B	2	-1	1	-1	-3	0	0	6
	C	1	-5	0	2	-4	-4	3	1
	D	0	2	-2	6	3	3	-2	0

1.2 Para hallar equilibrio/s de Nash, marco las mejores respuestas de ambos jugadores en la matriz reducida (en amarillo los de J1 y en verde los de J2). Encontramos dos equilibrios de Nash: ENEP = {(A, F), (A, H)} con pagos {(1, 5), (4,5)}. Dichos perfiles de estrategia constituyen equilibrios de Nash pues contienen combinaciones de mejores respuestas para ambos jugadores.

Ejercicio 2

		Jugador 2		
		Y_1	Y_2	
Jugador 1	X_1	(3 , 0)	(4 , 0)	p
	~~X_2~~	~~(1 , 1)~~	~~(0 , 2)~~	$(1-p)$
		q	$(1-q)$	

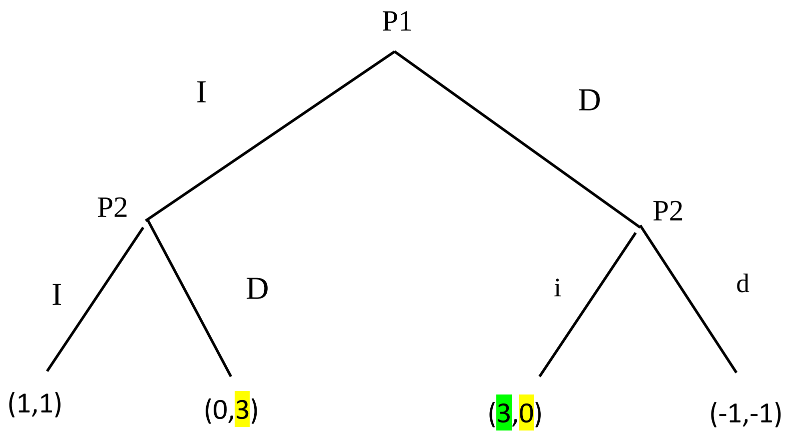
2.1 Primero observo si existen estrategias estrictamente dominadas para ambos jugadores. Vemos que X_2 es estrictamente dominada por X_1, por lo que puede eliminarse. A continuación, vemos que el Jugador 2 es indiferente jugar Y_1 o Y_2 dado que ambas estrategias le reportan la misma utilidad cuando el Jugador 1 juega X_1 (su única estrategia sobreviviente). Por tanto, en estrategias puras encontramos que los perfiles de estrategia $\{X_1, Y_1\}$ con pagos {3, 0} y $\{X_1, Y_2\}$ con pagos {4, 0} constituyen ENEP pues contienen una combinación de mejores respuestas para ambos jugadores.

2.2 Paso entonces a hallar el ENEM. Al ser X_2 una estrategia estrictamente dominada para el Jugador 1, éste no la jugaría bajo ninguna conjetura posible. Eso equivale a decir que el Jugador 1 jugará X_1 con una probabilidad p = 1, y X_2 con una probabilidad igual a 0.

En el caso del Jugador 2, sabiendo que el Jugador 1 jugará X_1 con probabilidad igual a 1, es indiferente entre jugar Y_1 o Y_2, dado que ambas estrategias reportan la misma utilidad (0). Por tanto, podemos concluir que el Jugador 2 jugará Y_1 con una probabilidad de 1/2, e Y_2 con probabilidad 1/2.

En suma, tenemos un ENEM = {(1 X_1, 0 X_2) , (1/2 Y_1, 1/2 Y_2)}

Ejercicio 3



Para encontrar el resultado por retroinducción primero debemos calcular las respuestas del jugador 2 a las dos posibles jugadas de la primera jugadora. Así vemos que si la jugadora 1 juega I, al jugador 2 le conviene responde con D y si la jugadora 1 juega D, al jugador 2 le conviene responder con i. Sabiendo esto, la jugadora 1 evalúa ambos posibles resultados y decide jugar D, de forma de obtener un pago de 3 en lugar de 0 que obtendría jugando I. El resultado del juego por retroinducción entonces es (D,I).

		J2			
		(I,i)	(I,d)	(D,i)	(D,d)
J1	I	1,1	1,1	0,3	0,3
	D	3,0	-1,-1	3,0	-1,-1

J1 tiene dos estrategias que coinciden con sus acciones: I y D.

J2 tiene cuatro estrategias: (I,i); (I,d); (D,i); (D,d). Una estrategia para el jugador 2 es un plan de acción que indica qué hacer en cada nodo que le toca jugar. Por lo tanto, debe especificarse las acciones que tomará después de que el jugador 1 eligió I y después de que el jugador 1 eligió D. La convención que usamos en esta caracterización de las cuatro estrategias es la siguiente: la acción indicada antes de la coma corresponde a la acción que elige el jugador 2 después de que el jugador 1 jugó I y la acción indicada después de la coma corresponde a la elección del jugador 2 después de que el jugador 1 jugó D.

El equilibrio de Nash (D, (D,i)) es el resultado por retroinduccion. El equilibrio de Nash (I, (D,d)) es descartado por la retroinducción ya que implica la amenaza no creíble del jugador 2 de que jugará d en caso de la primera jugadora juegue D, lo que obligaría a la jugadora a jugar I. Pero la amenaza es vacía porque, llegado el caso, al jugador 2 le conviene jugar i en lugar de d. El equilibrio (D (I,i)) también contiene una amenaza vacía porque la estrategia (I;i) implica que el jugador 2 jugaría i cuando la jugadora 1 haya jugado I, lo cual sería una respuesta irracional.