Microeconomía III

Facultad de Ciencias Económicas y Administración

UdelaR

Práctico Juegos bayesianos estáticos

6 de noviembre de 2023

Ejercicio 1. Primero, como el jugador 1 sabe en qué juego está, tiene dos tipos: J1 y J2 (por cada juego). Por tanto, ex ante tiene que definir dos acciones, es decir lo que haría si fuera de cada tipo (estuviera en cada juego). El Jugador 2 nunca sabe en qué juego está hasta que termina. Las estrategias son $E_1 = \{AA,\, AB,\, BA,\, BB\}$ mientras que $E_2 = \{I,\, D\}$.

Segundo, hay que encontrar las utilidades esperadas de cada juego. Dicho de otra forma, hay que presentar el juego en forma normal. Recordando que el azar elige el cada juego con probabilidad 1/2, las utilidades de los jugadores son.

1. $u_2\,(I,\, BB) = u_1\,(BB,\, I) = u_2\,(D,\, AA) = u_1\,(AA,\, D) = u_2\,(I,\, BA) = u_1\,(BA,\, I) = u_2\,(D,\, BA) = u_1\,(BA,\, D) = 0$.
2. $u_2\,(I,\, AA) = u_1\,(AA,\, I) = u_2\,(I,\, AB) = u_1\,(AB,\, I) = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times 0 = \frac{1}{2}$
3. $u_2\,(D,\, AB) = u_1\,(AB,\, D) = u_2\,(D,\, BB) = u_1\,(BB,\, D) = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times 0 = 1$.

Los pagos en forma de juego normal son:

		J. 1			
		AA	AB	BA	BB
J.2	I	1/2, 1/2	1/2, 1/2	0, 0	0, 0
	D	0, 0	1, 1	0, 0	1, 1

Por tanto, los EBN son: $\{I,\, AA;\, D,\, AB;\, D,\, BB\}$. Noten que el EBN $\{D,\, AB\}$ es un equilibrio por estrategias dominantes.

Ejercicio 2. El juego es un poco tedioso de resolver, pero se puede hacer.

1. Las estrategias del Jugador 1 son $\{A,\, B\}$ mientras que las del Jugador 2 son $\{II,\, ID,\, DI,\, DD\}$, donde la primer letra es lo que juega el tipo 1 y la segunda lo del tipo 2. Planteamos las utilidades para cada jugador en la siguiente tabla (el subíndice y el orden de las acciones indica cada jugador):

Jugador 1	Jugador 2
$u_1(A,\, II) = \frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 0 = \frac{1}{3}$	$u_2(II,\, B) = 0$
$u_1(A,\, DI) = 0$	$u_2(DI,\, A) = 0$
$u_1(A,\, DD) = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$	$u_2(II,\, A) = \frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 0 = \frac{1}{3}$
$u_1(A,\, ID) = \frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 1 = 1$	$u_2(ID,\, A) = \frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 6 = \frac{13}{3}$
$u_1(B,\, II) = \frac{1}{3} \times 3 + \frac{2}{3} \times 2 = \frac{7}{3}$	$u_2(DD,\, A) = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{2}{3} \times 6 = 4$
$u_1(B,\, ID) = \frac{1}{3} \times 3 + \frac{2}{3} \times 0 = 1$	$u_2(ID,\, B) = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{2}{3} \times 12 = 8$
$u_1(B,\, DI) = \frac{1}{3} \times 6 + \frac{2}{3} \times 0 = \frac{10}{3}$	$u_2(DI,\, B) = \frac{1}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times 0 = \frac{2}{3}$
$u_1(B,\, DD) = \frac{1}{3} \times 6 + \frac{2}{3} \times 0 = 2$	$u_2(DD,\, B) = \frac{1}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times 12 = \frac{27}{3}$

El juego en forma normal queda:

		Jugador 2			
		II	ID	DI	DD
Jugador 1	A	1/3, 1/3	1, 13/3	0, 0	2/3, 4
	B	7/3, 0	1, 8	10/3, 2/3	2, 27/3

2. Hay dos EBN: $\{B, DD;\ A, ID\}$.

Ejercicio 3. No hay EBN en estrategias puras. Ello se puede ver ya que en cada matriz no hay un EN. Si se calcula el juego bayesiano en forma normal, queda de la siguiente forma:

		Jugador 1			
		C, C	C, D	D, C	D, D
Jugador 2	J	0, 21/5	8/5, 1	1/5, 16/5	9/5, 0
	K	34/5, 0	2, 16	28/5, 1	4/5, 17

Hay un EBN: $\{CC, K\}$.

Ejercicio 4. Soluciones.

1. Las estrategias del J1 son:

$$s_1(t_1) = \begin{cases} A & \Longleftrightarrow p \geq 10\ si\, t_1 = L; R\, en\, caso\, contrario \\ A & \Longleftrightarrow p \geq 20\ si\, t_1 = \{M, L\}\,;\ R\, en\, caso\, contrario \\ A & \Longleftrightarrow p \geq 30\ si\, t_1 = \{H, M, L\}\,;\ R\, en\, caso\, contrario \end{cases}$$

2. El J2 es quién hace la oferta. No conoce la tierra, así que hace su utilidad esperada del tipo de tierra que puede esperar y su utilidad. Dado que cada calidad vale 1/3 la valoración promedio de la tierra para el comprador (J2) es $\frac{14+24+34}{3} = 24 \Rightarrow$ puede ofrecer $p = 20$ para que J1 acepte.
   Pero si $p = 20 \Rightarrow$ como J1 conoce la tierra, solo venderá si tiene tierras de calidades L o M. Para cualquier $p \in [20, 30)$ J1 acepta sólo si la tierra es L o M.

3. J2 **actualiza las creencias** —solo las calidades L o M están disponibles a un $p = 24$— y el valor esperado del comprador (J2) es ahora $\frac{14+24}{2} = 19 < 20$.
   J2 sabe que si oferta 19, entonces sólo se venderá la tierra $M \Rightarrow$ no le conviene ofertar $p = 24$.

4. El comercio ocurre en un EBN sólo si involucra al tipo de tierra más bajo del J1. Más aún, cualquier precio $p^* \in [10, 14]$ puede sostenerse como un EBN. Si la oferta del J2 es $p^* \in [10, 14]$. Si la oferta del J2 es $p^* \in [10, 14]$, la estrategia de J1 es:

$$s_1(t_1) = \begin{cases} A & \iff p \geq p^* \ R\, en\, caso\, contrario \ \ si\, t_1 = L \\ A & \iff p \geq 20 \ R\, en\, caso\, contrario \ \ si\, t_1 = M \\ A & \iff p \geq 30 \ R\, en\, caso\, contrario \ \ si\, t_1 = H \end{cases}$$

5. Solo se comercia la peor calidad de tierra. Problema: selección adversa. El comprador paga precio promedio; el vendedor vende a precio **menor** al promedio (los mejores tipos no venden a precio promedio) $\Rightarrow$ se selecciona en forma adversa a los peores que el promedio. Nota: vendedor y comprador estarían mejor si el vendedor pudiera revelar el tipo, sin embargo, esto no es creíble.