

Teoría de juegos  
Facultad de Ciencias Sociales  
UdelaR

Ejercicios Bayesianos dinámicos.

**Ejercicio 1. Bayes.** Una empresa produce celulares con dos máquinas:  $A$  y  $B$ . La máquina  $A$  produce el 60 % y la  $B$  el 40 % de los celulares. De los celulares que produce la máquina  $A$  un 5 % tienen problemas y no pueden usarse, mientras que un 10 % de los celulares de la máquina  $B$  tienen defectos.

1. De acuerdo a los datos y lo visto en clase, podemos decir que 10 % —el porcentaje de celulares con defectos de la máquina  $B$ — es: (i) una probabilidad conjunta, (ii) una probabilidad condicional, (iii) una probabilidad marginal.
2. La probabilidad de que un celular sea defectuoso es: (i) una probabilidad conjunta, (ii) una probabilidad condicional, (iii) una probabilidad marginal.
3. ¿Cuál es la probabilidad de que un celular tenga defectos?
4. De acuerdo a Bayes, ¿cuál es la probabilidad de que un celular con defectos haya sido producido por la máquina  $B$ ?
5. Y, por último, ¿cuál es la probabilidad de que un celular con defectos haya sido producido por la máquina  $A$ ?

**Ejercicio 2.** Dos pistoleros de familias rivales se encuentran en la cantina del pueblo. El jugador (pistolero) 1 es de la familia “pacífica”. El jugador (pistolero) 2 es de la familia “belicosa”. En la familia “pacífica” el 90 % son “fuertes” (o “rápidos” con el revólver) y el 10 % son “débiles” (“lentos” con el revólver). El Jugador 1 sólo tiene que elegir su bebida para el desayuno: leche (L) o cerveza (C). Sus gustos sobre L y C dependen de su tipo. El Jugador 2 está pensando retar a duelo al Jugador 1. Tiene dos acciones posibles: “retar a un duelo” (D) o “no retar” (N). El Jugador 2 no conoce el tipo del Jugador 1

(fuerte o débil) pero sí observa lo que bebe (el mensaje). Los pagos del 2 dependen de si el 1 es fuerte o débil:

- Si no reta al Jugador 1 (N), gana 0 para cualquier tipo del 1;
- Si le reta (D), gana 1 si el Jugador 1 es débil y gana -1 si el Jugador 1 es fuerte.

Respecto al 1, suponemos que si es débil prefiere desayunar leche (L) y si es fuerte prefiere desayunar cerveza (C). En concreto sus pagos son:

- Si no es retado a duelo y desayuna lo que más le gusta, su pago es 3
- Si no es retado a duelo y no desayuna lo que más le gusta, su pago es 2
- Si es retado a duelo y desayuna lo que más le gusta, su pago es 1
- Si es retado a duelo y no desayuna lo que más le gusta, su pago es 0.

1. Defina el espacio de estrategias de los jugadores.
2. Encuentre los posibles equilibrios bayesianos de Nash perfectos en subjuegos.

**Ejercicio 3.** (Tomado de Perez, Jimenez y Cerdá). Tras ser demandado por negligencia, un profesional ofrece al demandante una cantidad, que puede ser de \$1.000 ó \$5.000, con el objeto de que éste retire la querrela. El demandante aceptará retirarla, o, caso contrario, se celebrará el juicio. La probabilidad a priori de que haya habido negligencia (lo cual es de dominio público) es de  $7/8$ , aunque el demandado sí sabe si ha sido negligente. Si se celebra el juicio, se sabrá la verdad, aunque resultará costoso (un costo de \$2.000 en concepto de servicios profesionales de abogados, para cada uno, y una indemnización de \$5.000 que el demandando habrá de pagar al demandante si resulta ser culpable).

1. Represente el juego el juego en forma extensiva.
2. Defina el espacio de estrategias de los jugadores.
3. Encuentre los posibles equilibrios bayesianos de Nash perfectos en subjuegos.