Ciencias Sociales
Universidad de la República
URUGUAY

Teoría de juegos

Examen 19 de diciembre de 2023

Macar lo que corresponda: Reglamentado ☐ Libre ☐

Nombre ______________________________ C.I. ______________________________

Es una prueba con materiales a la vista

ADVERTENCIA: una respuesta sin fundamentación o explicación podrá ser calificada como insuficiente.

Estudiantes reglamentados: Deben realizar los dos ejercicios de la primera parte y uno a elección de la segunda parte. Se califica sobre tres ejercicios. Disponen de una hora y media.
Estudiantes libres: Deben realizar la totalidad del examen. Se califica sobre cuatro ejercicios. Disponen de dos horas.

Primera parte

Ejercicio 1 (3 puntos)

La siguiente matriz representa un juego estático entre el Jugador 1 y el Jugador 2. Los números a la izquierda y a la derecha de cada celda representan los pagos del Jugador 1 y del Jugador 2, respectivamente.

		Jugador 2					
		D		**E**		**F**	
Jugador 1	**A**	1	1	0	2	0	0
	B	0	0	-1	0	-1	-1
	C	2	0	-1	-1	1	-2

1.1 Determine si los jugadores tienen estrategias estrictamente dominadas. En caso afirmativo, reduzca la matriz eliminándolas.
1.2 Identifique las estrategias racionalizables de la matriz reducida. Justifique su respuesta.
1.3 Halle el o los equilibrios del juego. Fundamente su respuesta.

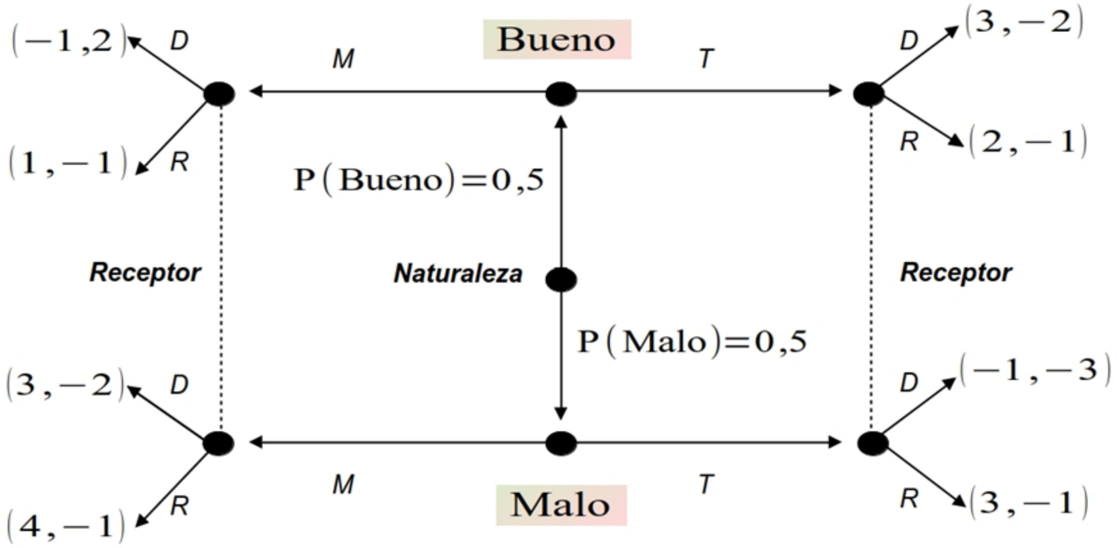
Ejercicio 2 (3 puntos)

2.1 A partir de los jugadores, acciones y utilidades del ejercicio 1 represente, utilizando la forma extensiva, un juego dinámico en el que el Jugador 1 juega en primer lugar y el Jugador 2 decide su jugada conociendo la decisión del Jugador 1.
2.2 Determine el resultado por retroinducción. (explique)

Segunda parte

Ejercicio 3 (3 puntos)

Sea el juego de señalamiento que se presenta en la siguiente figura:



3.1 Encuentre los equilibrios bayesianos perfectos (EBP).

Ejercicio 4 (3 puntos)

Suponga que existen dos empresas que compiten por un mercado. La empresa 2 puede ser del tipo β con probabilidad 0,1 o del tipo α con probabilidad 0,9. Las matrices de pagos son las siguientes:

Empresa 2 (α)

Empresa 1	L	R
U	2, 2	-2, 0
D	0, -2	0, 0

Empresa 2 (β)

Empresa 1	L	R
U	0, 2	1, 0
D	1, -2	2, 0

4.1 Calcule los pagos esperados.

4.2 ¿Cuál es la matriz resultante en base a los nuevos pagos? ¿Existe(n) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras? En caso afirmativo especificar cuál (es).

Pauta de respuesta

Ejercicio 1

1.1 Para determinar si hay estrategias dominadas empezamos por el J1. Observamos que la estrategia B está estrictamente dominada por A y por tanto, la eliminamos (también está débilmente dominada por C). A continuación, observamos que para el J2 la estrategia F es estrictamente dominada tanto por D como por E, y puede eliminarse. Ya no es posible reducir más el juego, pues no existen más estrategias dominadas. La matriz queda del siguiente modo:

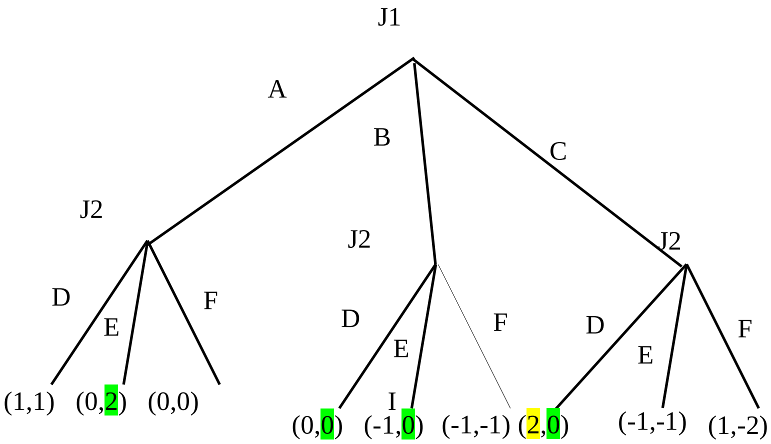
		J2			
		D		**E**	
J1	**A**	1	1	0	2
	C	2	0	-1	-1

1.2 Dada la matriz reducida, las estrategias racionalizables son (A, C) para el J1 y (D, E) para el J2. Esto se debe a que las cuatro sobreviven a la eliminación de las estrategias que nunca son mejor respuesta o, dicho de otro modo, las cuatro estrategias identificadas como racionalizables son, en algún momento, mejor respuesta.

1.3 Pasamos a hallar equilibrios de Nash. Para ello observamos cuáles son las mejores respuestas de cada jugador, dada la jugada del otro. Marco en verde los mejores pagos para el Jugador 1, y en amarillo para el Jugador 2. Por ejemplo, si J1 juega A, a J2 le conviene jugar E, pues 2 > 1. Repitiendo este razonamiento, encontramos que existen dos equilibrios de Nash que son (C, D) y (A, E) con pagos (2, 0) y (0, 2) respectivamente. Ambos son equilibrios de Nash pues son combinaciones de mejores respuestas para ambos jugadores.

Ejercicio 2

2.1 En el siguiente árbol se representa el juego dinámico



2.2 Para encontrar el resultado por retroinducción debemos comenzar por el final del juego. En este caso, existen tres posibles finales del juego en el segundo nivel del árbol, luego de que J2 juega hace su jugada. Allí identificamos que si J2 está del lado izquierdo jugará E, porque obtiene una utilidad de 2 en lugar de 1 o 0, si está en el nodo central jugará D o E porque con ambas acciones obtiene 0 que es más que -1 y, si está del lado derecho, jugará D porque obtiene 0 que es más que -1 o -2. Pasando ahora al primer nivel del árbolo, J1 sabe que jugará J2 en cada caso y, por lo tanto, sabe que obtendrá 0 si juega A, 0 o -1 si juega B y 2 si juega C. Por lo tanto J1 maximiza su utilidad jugando C y el resultado por retroinducción del juego es (C, D) con utilidades de 2 para J1 y de 0 para J2

Ejercicio 3

Agrupación

1. Agrupación en M
Feo juega lo que le da mayor utilidad esperada: UF $E(D) = 0$ y UF $E(R) = -1 \Rightarrow$ elige D
es un equilibrio si ante la posibilidad de que el emisor elija T, Feo elija R
$q(-2) + (1 - q)3 < q(-1) + (1 - q)(-1) \Longleftrightarrow q > 4/5$
$\Rightarrow$ EBP = {(M,M); (D,R); p = 1/2; q > 4/5}
2. Agrupación en T
Feo juega lo que le da mayor utilidad esperada: UF $E(D) = 1/2$ y UF $E(R) = -1 \Rightarrow$ elige D
es un equilibrio si ante la posibilidad de que el emisor elija T, Feo elija R
$q2 + (1 - q)(-2) < q(-1) + (1 - q)(-1) \Longleftrightarrow q < 1/4$
$\Rightarrow$ EBP = {(T,T); (D,R); p = 1/2; q < 1/4}

Separación
1. Separación (T, M)
Si Bueno juega T $\Rightarrow$ Feo juega R; si Malo juega M $\Rightarrow$ Feo juega R
Ninguno tiene incentivos a desviarse $\Rightarrow$ EBP = {(T,M); (R,R); p = 1/2; q = 1}
2. Separación (M, T)
Si Bueno juega M $\Rightarrow$ Feo juega D; si Malo juega T $\Rightarrow$ Feo juega D
Ambos tiene incentivos a desviarse $\Rightarrow$ No hay EBP.

Ejercicio 4

4.1

1.

Para la empresa 1:	Para la empresa 2:
U(U,LL) =0.9*(2) +0.1(0) =1.8	U(U,LL) =0.9*(2) +0.1(2) =2
U(U,LR) =0.9*(2) +0.1(1) =1.9	U(U,LR) =0.9*(2) +0.1(0) =1.8
U(U,RL) =0.9*(-2) +0.1(0) =-1.8	U(U,RL) =0.9*(0) +0.1(2) =0.2
U(U,RR) =0.9*(-2) +0.1(1) =-1.7	U(U,RR) =0.9*(0) +0.1(0) =0
U(D,LL) =0.9*(0) +0.1(1) =0.1	U(D,LL) =0.9*(-2) +0.1(-2) =-2
U(D,LR) =0.9*(0) +0.1(2) =0.2	U(D,LR) =0.9*(-2) +0.1(0) =-1.8
U(D,RL) =0.9*(0) +0.1(1) =0.1	U(D,RL) =0.9*(0) +0.1(-2) =-0.2
U(D,RR) =0.9*(0) +0.1(2) =0.2	U(D,RR) =0.9*(0) +0.1(0) =0

4.2 La nueva matriz de pagos resultante es:

	L, L	L, R	R, L	R, R
U	(1.8, 2)	(1.9, 1.8)	(-1.8, 0.2)	(-1.7, 0)
D	(0.1, -2)	(0.2, -1.8)	(0.1, -0.2)	(0.2, 0)

Los equilibrios bayesianos son: (U, LL) y (D, RR)