

Análisis de las correlaciones cruzadas en series de tiempo

Apuntes de clase para el curso de Extracción de señales de la Maestría de Economía Internacional de la FCS

Ana Laura Badagián

El ji -ésimo de la matriz de correlaciones cruzadas se define como

$$\rho_{ij}(h) = \rho(y_{it}, y_{j,t-h}) = \frac{Cov(y_{it}, y_{j,t-h})}{std(y_{it})std(y_{jt})}$$

donde Cov es denota la covarianza, std la desviación estándar y h es entero.

Interpretación

Para el retardo $h > 0$, $\rho_{ij}(h)$ nos muestra la correlación entre los diferentes elementos del vector y_t e y_{t-h} , por lo que mide la dependencia lineal de y_{it} e $y_{j,t-h}$ que se observó h periodos antes. En consecuencia, si $\rho_{ij}(h) = 0$ y $h > 0$, se dice que la serie y_{jt} va por delante, lidera o antecede a la serie y_{it} en el retardo h . De igual forma, $\rho_{ij}(h)$ mide la dependencia lineal de y_{jt} e $y_{i,t-h}$. Si $\rho_{ij}(h) \neq 0$ y $h > 0$, se dice que la serie y_{it} va por delante o antecede a la serie y_{jt} por h periodos. Estos coeficientes forman una matriz que se llama de correlaciones cruzadas, donde el elemento de la diagonal principal $\rho_{ii}(h)$ es el coeficiente de autocorrelación con h -retardos de y_{it} .

Ejemplo

Se ejemplifica lo anterior con un caso trivial, en el que y_i es una serie (que denotamos a continuación como y) en el momento t y y_j es la misma variable y rezagada un período (y_{t-1}) y adelantada un periodo (y_{t+1}). Vamos a ver que y_{t-1} lidera y_t y y_{t+1} la rezaga. En la siguiente tabla se muestran las tres series.

t	y_{t-1}	y_t	y_{t+1}
1	14	19	
2	15	14	19
3	6	15	14
4	4	6	15
5	12	4	6
6	10	12	4
7	9	10	12
8	10	9	10
9	18	10	9
10	16	18	10

El conocimiento de la serie y_{t-1} en cada periodo es un indicador de lo que va a suceder con la serie y_t en el siguiente periodo, por lo que se dice que la serie y_{t-1} adelanta la serie y_t . Análogamente, la serie y_{t+1} rezaga el comportamiento de y_t . Con el componente cíclico de una serie de tiempo la interpretación es la misma.

Análisis de las correlaciones cruzadas en Gretl

Al interpretar los resultados de Gretl se debe ser cuidadoso. Sea y_i la serie que se toma como referencia, y_j la que se tiene interés por saber si adelanta o rezaga a la de referencia y h un número entero que toma tanto valores negativos como positivos. Así, cuando se calcula $\rho(y_{it}, y_{j,t-h})$, para los valores negativos (positivos) de h , se está calculando la correlación cruzada entre y_{it} y los valores futuros (rezagados) de y_j .

De otra manera, Gretl muestra la correlación de la serie que se ha tomando como referencia y_i en el momento t y la serie y_j en el momento $t - h$, por lo que cuando se indica el retardo (h), si el mismo es positivo, se está considerando y_j rezagada. Así, si el valor máximo de la correlación se da para $h = 3$, indicaría que la serie y_j lidera por 3 periodos a la serie y_i . Por el contrario, si h es negativo, la serie y_j se está considerando adelantada. Cuando la máxima correlación se da para un retardo h negativo, por ejemplo $h = -3$, es decir, para la correlación entre la serie y_i y la serie y_j en $t + 3$, esto indicaría que la serie y_j rezaga en 3 periodos a y_i .

En la gráfica 1 se presentan dos series y_i e y_j . En dicha figura se observa que la variable y_j parece retardar el comportamiento de la variable y_i . Las correlaciones cruzadas estimadas por Gretl se presentan en la figure 2 y en la Tabla 1. La correlación más elevada se da para el retardo -3 , es decir cuando se relacionan y_{it} con $y_{j,t+3}$, confirmando lo analizado gráficamente.

Table 1: Función de correlación cruzada para y_i y y_j

RETARDO	FCC	
-5	-0.1348	
-4	0.5441	***
-3	0.8688	***
-2	0.4742	***
-1	-0.2287	
0	-0.4057	***
1	-0.0434	
2	0.2553	*
3	0.0743	
4	-0.3487	**
5	-0.4555	***

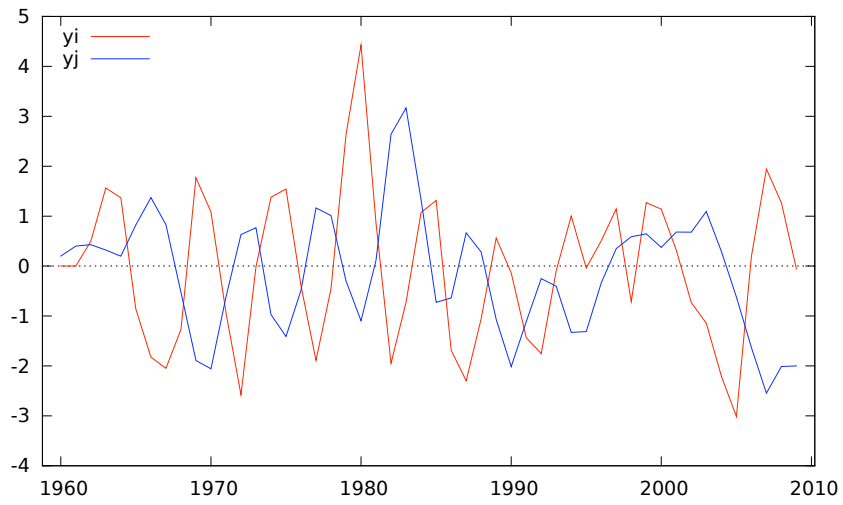


Figure 1: Series y_i e y_j

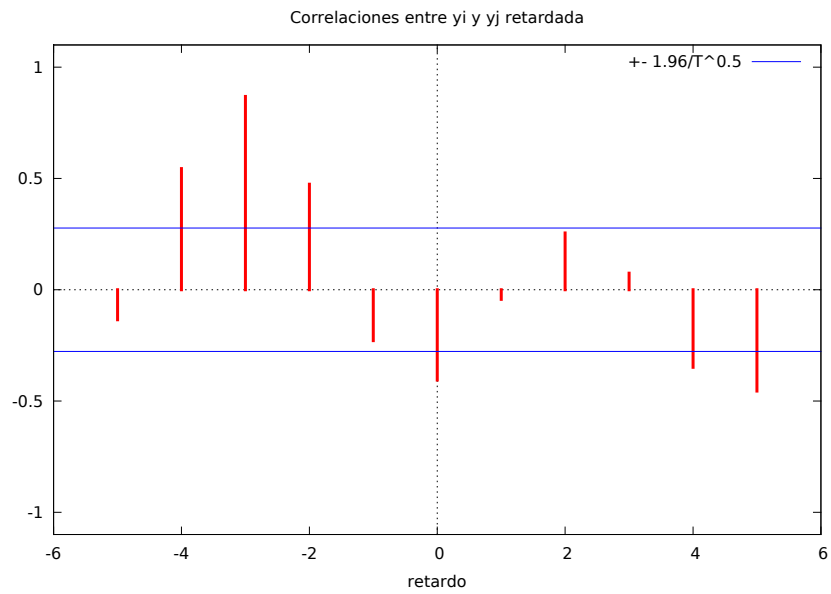


Figure 2: Correlaciones entre y_i e y_j retardada

Análisis de las correlaciones cruzadas en Eviews

El programa Eviews indica en la gráfica de correlaciones cruzadas la correlación entre la variable de referencia y_i en t con y_{j-h} y y_{j+h} , en la primera y segunda columna, respectivamente. A diferencia del Gretl, en este caso, h es siempre positivo, porque se consideran en columnas diferentes, los adelantos de y_j respecto a y_i (cuando se relacionan y_{it} con y_{j-h}) y los rezagos de y_j respecto a y_i (cuando se relacionan y_{it} con y_{j+h}). Así que a no confundirse al interpretar estos resultados!!!