

Nombre: \_\_\_\_\_

C.I.: \_\_\_\_\_ Libre  Reglamentado

Para aprobar el examen, los alumnos que rinden de forma reglamentada deben obtener el 50% de los puntos de la PRIMERA PARTE; los alumnos que rinden el examen de forma libre deben obtener el 50% de los puntos de la PRIMERA PARTE y 50% de los puntos de la SEGUNDA PARTE.

La duración de la prueba es de 2 horas para el examen reglamentado y de 3 horas para el examen libre.

¡Mucha suerte!

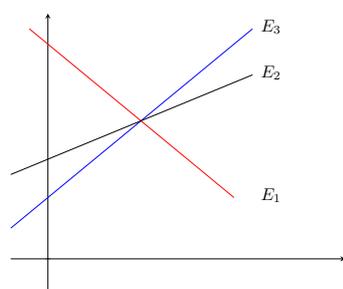
**PRIMERA PARTE (REGLAMENTADOS Y LIBRES)**

Ejercicio 1 (20 puntos)

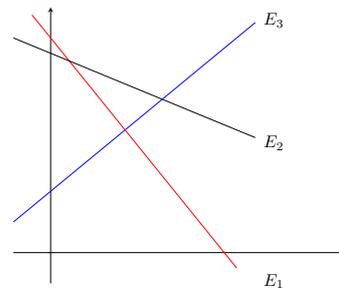
1. Considere el siguiente sistema  $3 \times 2$ :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 7y = 8 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

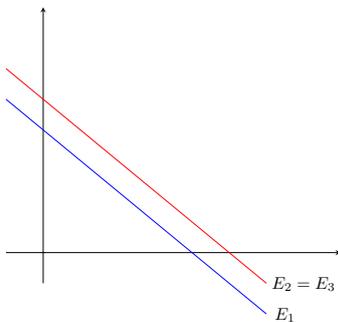
En las figuras presentadas más abajo se representa gráficamente las soluciones de distintas ecuaciones lineales pertenecientes a sistemas  $3 \times 2$ . Indicar cuál es la representación que más se aproxima a la del sistema planteado anteriormente. Justifique su respuesta y por qué descarta cada una de las otras opciones.



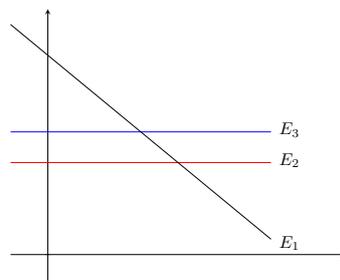
(a)



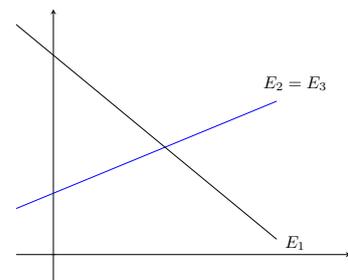
(b)



(c)

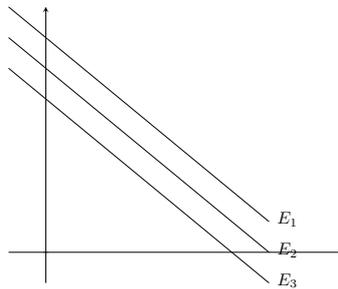


(d)



(e)

2. Dar un ejemplo de un sistema  $3 \times 2$  de forma tal que las soluciones de sus ecuaciones tengan una representación similar a la siguiente. Justificar



(a)

### Ejercicio 2 (25 puntos)

Una mutualista registra la tasa de afiliaciones/desafiliaciones durante el año 2021:

$$f : [0, 12] \rightarrow \mathbb{R}/f(t) = \begin{cases} 0,8t & \text{si } 0 \leq t < 5 \\ -2t + 14 & \text{si } 5 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

donde  $t$  son meses a partir de comienzos de enero de 2021 y  $f(t)$  es la tasa de afiliaciones (miles de usuarios/mes).

1. Representar gráficamente la función  $f$ .
2. Calcular la variación neta de afiliados a la mutualista desde comienzos de enero hasta finales de junio.
3. Suponiendo que la mutualista cuenta con 70.000 afiliados a comienzos de enero, ¿en que momentos la mutualista tiene 74.900 afiliados?
4. ¿En qué momento del año 2021 la mutualista alcanza el máximo de afiliados? Justifique su respuesta.

### Ejercicio 3 (20 puntos)

En los modelos colectivos el poder de negociación de hombres y mujeres dentro del hogar, se puede resumir por lo que se llama el “peso de Pareto”. Este peso es una función que depende de los ingresos relativos de los miembros de la pareja, los cuales suman uno. La siguiente función resume el poder de negociación de las mujeres:

$$P : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}/P(x, y) = -3y^2 - x^2 + 12xy - 2$$

donde  $P(x, y)$  está medido en unidades,  $x \in (0, 1)$  es la proporción de ingresos de la mujer en el ingreso total del hogar e  $y \in (0, 1)$  la de los hombres. Cuando la función toma valores negativos los hombres tienen mayor poder que las mujeres, y cuando la función toma valores positivos pasa lo contrario. En función de estos datos se pide:

1. Calcule  $P(0,4; 0,6)$  y  $P(0,5; 0,5)$  e interprete los resultados en el contexto de este ejercicio.
2. Escriba la restricción que indica que la suma de ingresos relativos de cada miembro de la pareja suman 1.
3. Determine el punto que cumpliendo la restricción mencionada anteriormente, maximiza el peso de Pareto. Plantee el problema como uno de maximización restringida y justifique adecuadamente su respuesta.

## SEGUNDA PARTE (SOLAMENTE LIBRES)

### Ejercicio 4 (18 puntos)

La función de costo medio de una reconocida bodega está descrita por la siguiente función:

$$Cme : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / Cme(x) = 2x + \frac{3200}{x} + 10$$

donde  $Cme(x)$  mide el costo medio en miles de pesos por mes, y  $x$  la cantidad barricas que se producen al mes, y  $x \geq 1$ .

1. ¿Cuál es el costo medio de producir 5 barricas de vino al mes?
2. Determine la cantidad de barricas de vino que debe producir la bodega para minimizar el costo medio de producción. Justifique por qué el punto hallado es un mínimo.
3. Haga un estudio analítico de la función  $Cme(x)$  y realice el bosquejo gráfico correspondiente.

### Ejercicio 5 (17 puntos)

Una institución de salud recibe en enero del 2021 1500 nuevas afiliaciones mensuales. La cantidad de afiliaciones mensuales crece un 15 % cada mes hasta junio de 2022 (inclusive), pero se mantiene constante a partir de julio de 2022.

1. Calcular la cantidad total de nuevos afiliados a la institución durante el año 2021.
2. Calcular la cantidad total de nuevos afiliados desde comienzos del 2021 hasta finales del 2023.
3. ¿En que mes la cantidad de afiliaciones mensuales es de 9.230?
4. ¿En que momento la cantidad total de afiliaciones (contando desde enero 2021) alcanza las 226.700?