

Nombre: _____

C.I.: _____ Libre Reglamentado

Para aprobar el examen, los alumnos que rinden de forma reglamentada deben obtener el 50 % de los puntos de la PRIMERA PARTE; los alumnos que rinden el examen de forma libre deben obtener el 50 % de los puntos de la PRIMERA PARTE y 50 % de los puntos de la SEGUNDA PARTE.

La duración de la prueba es de 2 horas para el examen reglamentado y de 3 horas para el examen libre.

¡Mucha suerte!

PRIMERA PARTE (REGLAMENTADOS Y LIBRES)

Ejercicio 1 (20 puntos)

Un centro educativo de enseñanza terciaria está por abrir un nuevo programa y estima que la evolución de las inscripciones se podría expresar mediante la siguiente función:

$$I : [1, 10] \rightarrow \mathbb{R} / I(t) = 2t^2 - 100 \ln(t) + 250$$

donde I es la cantidad de matriculados en cada año t , y $t = 1$ corresponde al año 2019, año en que se abre el nuevo programa.

1. ¿Cuándo se alcanza el mínimo número de inscripciones según este modelo? ¿Cuántos estudiantes se inscribirán ese año? Justifique por qué el punto hallado es un mínimo.
2. ¿Cuándo se alcanza el máximo número de inscriptos? ¿Cuántos estudiantes serán en esa generación?

Ejercicio 2 (25 puntos)

Como parte de un programa de control de calidad, los juegos de ajedrez que produce la empresa "Gambito" está sujeto a un control antes de su empaque final. La tasa de incremento en el número de juegos controlados por hora por un inspector t horas entre las 8:00 y las 12:00 se puede aproximar por:

$$g : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R} / g(t) = -3t^2 + 12t + 180$$

donde $t = 0$ corresponde a las 8:00 de la mañana y $t = 4$ corresponde a las 12:00 del mediodía.

1. Determine la tasa de controles de juegos de azar a las 9 y a las 11 de la mañana.
2. Calcule el número de piezas que controla un inspector entre las 8 de la mañana y las 12 del mediodía.
3. Sabiendo que a las 10 de la mañana se cuenta con 536 juegos controlados (entre lo que se hizo en este turno y el de la madrugada), dé una expresión para la función que describe la cantidad de juegos que se controlan en un día.
4. ¿En qué momento la cantidad de controles de juegos de ajedrez es mínimo? Justifique su respuesta.

Ejercicio 3 (20 puntos)

Una empresa de logística esa diseñando un contenedor en el cual distribuir 4 tipos de productos de ayuda humanitaria. Se deben cumplir ciertas restricciones por parte de los pesos de cada producto individual para que el diseño del empaquetado sea correcto:

- El peso del producto A sumado a dos veces el peso del producto B junto con una vez el peso del producto C deben totalizar 6 kg.
 - Dos veces el peso del producto B sumado con 3 veces el peso del producto C superan el peso del producto D en 2 kg.
 - El peso del producto A supera en 3 kg a la suma del producto D junto con 2 veces el producto C.
1. Plantear las restricciones anteriores como un sistema de ecuaciones, clarificarlo y resolverlo (en caso de ser posible)
 2. Considérese la siguiente afirmación: "Si un sistema lineal de ecuaciones tiene más variables que ecuaciones entonces el sistema es compatible indeterminado." Determinar si la afirmación anterior es verdadera o falsa. Justifique su respuesta en caso de ser verdadera o de un contraejemplo en caso de ser falsa.

SEGUNDA PARTE (SOLAMENTE LIBRES)

Ejercicio 4 (18 puntos)

Un consumidor dispone de dos bienes de consumo (bien X y bien Y). Conocemos la siguiente función de utilidad del consumidor

$$U : D \rightarrow \mathbb{R} / U(x, y) = y^3 e^{x^2}$$

donde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3\}$, x representa la cantidad de unidades del bien X consumidas y y la cantidad de unidades del bien Y consumidas.

Supongamos que cada unidad del producto X cuesta 2 dolares y cada unidad del producto Y cuesta 1 dolar. Si el consumidor dispone de 7 dolares de presupuesto (que gasta en su totalidad), queremos determinar el consumo que debe realizar para maximizar su utilidad. Plantear el problema como uno de optimización restringida y resolverlo.

Ejercicio 5 (17 puntos)

Un club gestionó la vuelta de un reconocido jugador al fútbol uruguayo. Mediante este traspaso, se prevé que el club obtenga ingresos por la venta de remeras de este jugador. Durante julio de 2022 la venta de remeras del club fue de 1000 unidades y se estima que esta cantidad aumente en un 150 % mensualmente a partir de agosto. En base a esta información, se pide:

1. Determine una expresión que describe la cantidad de remeras que se prevé vender por mes.
2. ¿Cuántas remeras se venderán a los dos meses de la llegada del jugador?
3. ¿En qué momento se venderán 20 mil remeras?
4. ¿Cuántas remeras se venderán entre comienzos de julio del 2022 y fines de diciembre de 2023?