

Nombre: _____

C.I.: _____ Libre Reglamentado

Para aprobar el examen, los alumnos que rinden de forma reglamentada deben obtener el 50 % de los puntos de la PRIMERA PARTE; los alumnos que rinden el examen de forma libre deben obtener el 50 % de los puntos de la PRIMERA PARTE y 50 % de los puntos de la SEGUNDA PARTE.

La duración de la prueba es de 2 horas para el examen reglamentado y de 3 horas para el examen libre.

¡Mucha suerte!

PRIMERA PARTE (REGLAMENTADOS Y LIBRES)

Ejercicio 1 (20 puntos)

El comité de un llamado para proveer empleos en una empresa pública espera una inscripción al concurso de 8.000 jóvenes. Para cumplir una cuota por género, del total de postulantes se seleccionaran 239 hombres y 230 mujeres. Los postulantes se han clasificado según su sexo y lugar de residencia. El número de jóvenes en cada categoría viene dado por la matriz:

	Montevideo	Interior
Hombres	2700	1300
Mujeres	3000	1000

1. Escriba la tabla anterior como una matriz A . A su vez, escriba la cantidad de hombres y mujeres que ingresaran a la empresa como un vector columna b , donde el primer elemento es la cantidad de hombres y el segundo la cantidad de mujeres.
2. Sabemos que la proporción de hombres de Montevideo que ingresaran es la misma que la de mujeres de Montevideo. De la misma forma, la proporción de hombres del Interior que ingresaran es la misma que la de mujeres del interior que lo harán. Determinar el valor de esas proporciones. Sugerencia: en primer lugar plantee el problema como una ecuación matricial para luego resolverla.
3. Si las cuotas de ingreso para Montevideo e Interior fueran de 0,10 y 0,06, respectivamente, ¿cuántos hombres y mujeres ingresarían en el llamado?

Ejercicio 2 (25 puntos)

Una empresa se instala en el país a comienzos del 2022 y dispone de un modelo predictivos sobre la evolución de sus utilidades. El modelo es el siguiente

$$f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(t) = 1 - 2e^{1-t/3}$$

donde t corresponde a la cantidad de meses a partir del inicio de actividades de la empresa y $f(t)$ corresponde a la tasa de utilidades (en millones de dólares/mes) en el tiempo t .

1. ¿Cuál es el saldo neto de utilidades durante el primer semestre del 2022 (desde comienzos de enero hasta finales de junio)?
2. ¿Es correcto afirmar que la empresa sufrió pérdidas durante todos los meses del período mencionado en la parte 1)?
3. La empresa comienza sus actividades con un fondo de 20 millones de dólares. Suponiendo que los fondos de la empresa dependen exclusivamente de las utilidades de la misma, construir la función que describe la cantidad de fondos de la empresa en tiempo t .
4. ¿Que predice el modelo que sucederá con los fondos de la empresa a largo plazo?

Ejercicio 3 (20 puntos)

Los beneficios semanales (en dólares) que obtiene una empresa de la producción y venta de kits musicales están determinados por la función:

$$B : D \rightarrow \mathbb{R} / B(x, y) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}y^2 - \frac{1}{4}xy + 120x + 100y - 5000$$

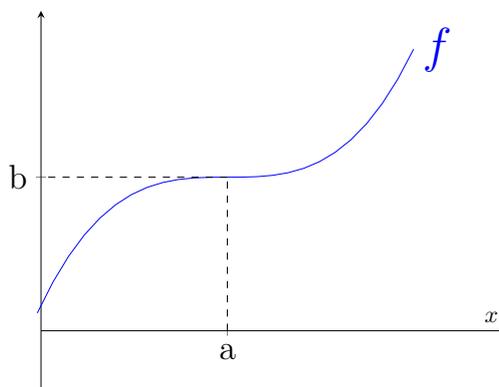
donde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 220, 0 \leq y \leq 70\}$, x representa al número de kits producidos por semana e y el número de kits que se venden cada semana.

1. Determine y clasifique los puntos estacionarios de la función B .
2. Calcule $B_x(200, 50)$ e interprete en el contexto de este ejercicio.
3. Determine los beneficios semanales que puede obtener esta empresa si produce lo hallado en el punto 1 de este ejercicio.

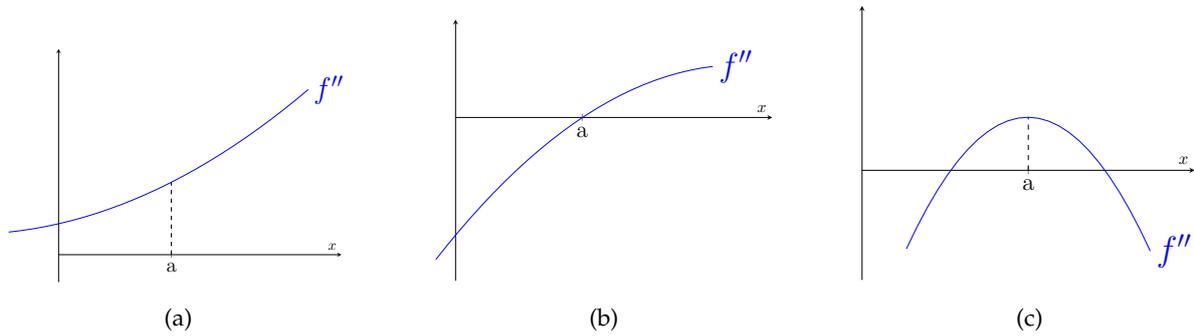
SEGUNDA PARTE (SOLAMENTE LIBRES)

Ejercicio 4 (20 puntos)

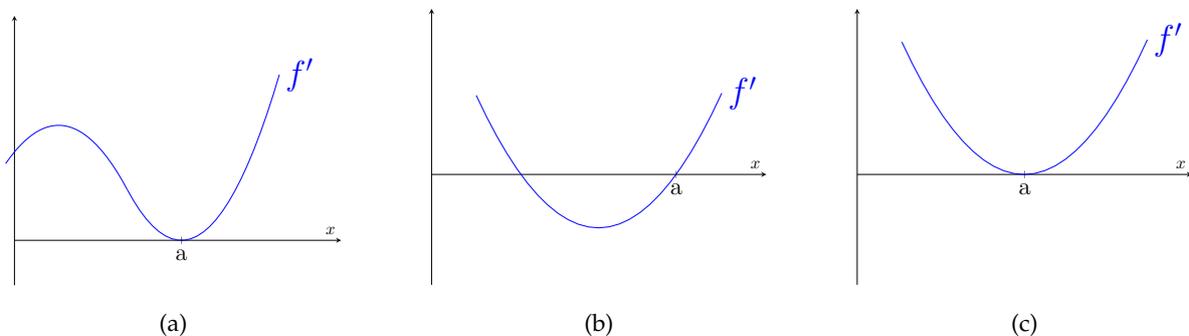
Consideremos una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con el siguiente bosquejo gráfico:



1. Indicar cual de los siguientes gráficos se ajusta mejor al gráfico de f'' . Señalar los motivos para descartar las otras opciones.



2. Indicar cual de los siguientes gráficos se ajusta mejor al gráfico de f' . Señalar los motivos para descartar las otras opciones.
(Sugerencia: es necesario tener en cuenta tanto el gráfico de f dado como el gráfico de f'' elegido anteriormente)



Ejercicio 5 (15 puntos)

Un club de fútbol inicia una campaña de afiliaciones en enero de 2022 para aumentar su cuerpo de socios. Dicha campaña genera un aumento porcentual constante en la cantidad de socios. A finales de enero de ese año el club cuenta con 2000 afiliados y a finales de marzo cuenta con 2205 afiliados.

1. Dar una expresión para la sucesión que describe la cantidad de socios del club a lo largo del tiempo.
2. Sabiendo que la cuota social del club es de US\$ 2 mensuales. Determinar en que momento el club habrá recaudado US\$ 120.000 en total (considerando desde el comienzo de la campaña en enero del 2022). *(Nota: en caso de no obtener una expresión en la parte 1), invente una y trabaje con ella)*
3. Determinar el monto total recaudado por el club desde comienzos del 2023 hasta finales del 2024. *(Nota: en caso de no obtener una expresión en la parte 1), invente una y trabaje con ella)*