

Nombre: _____

C.I.: _____ Libre Reglamentado

Para aprobar el examen, los alumnos que rinden de forma reglamentada deben obtener el 50 % de los puntos de la PRIMERA PARTE; los alumnos que rinden el examen de forma libre deben obtener el 50 % de los puntos de la PRIMERA PARTE y 50 % de los puntos de la SEGUNDA PARTE.

La duración de la prueba es de 2 horas para el examen reglamentado y de 3 horas para el examen libre.

PRIMERA PARTE (REGLAMENTADOS Y LIBRES)

Ejercicio 1

Un comerciante se prepara a realizar una serie de reformas en su negocio, para ello consulta a un economista que realiza -en base al tipo de producto y mercado- una proyección de ingresos mensuales con el nuevo formato de negocio. El modelo proyectado es:

$$f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(t) = \frac{-12t^2 - t - 14}{(t + 2)^3} + 5$$

donde $f(t)$ es el ingreso en miles de dólares y t representa el tiempo medido en meses desde la reestructura del negocio.

1. Calcular el ingreso mínimo que prevé el modelo y el momento en que éste se alcanza.
2. Al pasar el tiempo, ¿existe algún techo para los ingresos? Justificar.
3. Determinar, el máximo absoluto de los ingresos durante los primeros dos años.

Ejercicio 2

A comienzos de 2023 se funda un nuevo equipo de fútbol europeo con fondos quataríes. A través de una minuciosa campaña de afiliación, los gerentes del club construyen una proyección de la velocidad de afiliaciones mensuales. La misma está dada por la función:

$$f : [0, 20] \rightarrow \mathbb{R} / f(t) = \begin{cases} 3 + 2t & , 0 \leq t \leq 5 \\ -2t + 23 & , 5 < t \leq 20 \end{cases}$$

donde t representa los meses a partir de enero del 2023 ($t = 0$) y $f(t)$ representa la velocidad de afiliaciones (en miles/mes) t meses a partir del 2023. Tener presente que el club no cuenta con ningún afiliado a comienzos de 2023.

Se pide:

1. Calcular el saldo neto de afiliaciones durante los primeros 6 meses.
2. ¿En que momento se alcanzaran los 70 mil afiliados?

Ejercicio 3

Un hincha apasionado de los mundiales de fútbol dispone de 600 dólares para gastar entre entradas para ver a Suecia y entradas para ver a Brasil. Este hincha va a gastar todo su presupuesto en las entradas para ver la mayor cantidad de partidos que pueda, dado su presupuesto y sus preferencias. Las entradas para ir a ver a Suecia las pudo comprar a un precio de 50 dólares y las de Brasil a un precio de 75 dólares. Su función de utilidad está dada por la función $U(x, y) = x^3y$, donde x es el número de entradas para ver a Suecia y y es el número de entradas para ver a Brasil en el mundial. El hincha quiere saber cómo debería de repartir su presupuesto entre entradas de Suecia y Brasil para maximizar su utilidad.

Se pide:

1. Represente gráficamente en el plano (x, y) el conjunto de posibilidades de entradas que puede comprar este hincha.
2. Expresar formalmente el problema de maximización al que se enfrenta el hincha.
3. Resuelva el problema de maximización al que se enfrenta el hincha. Justificar de forma detallada cada paso del procedimiento. (Ayuda: si la cantidad de entradas para ver a alguna de estas dos selecciones es mayor a la cantidad total de partidos que se pueden ver en un mundial a una selección, no se preocupe, haga el supuesto de que las entradas que no utiliza él se las regala a un amigo que lo acompaña.)

SEGUNDA PARTE (SOLAMENTE LIBRES)

Ejercicio 4

Un grupo de historiadores está intentando reconstruir el sistema de votación de una antigua ciudad mediterránea. Se sabe que la ciudad estaba dividida en 3 regiones (norte, centro y sur) y que en cada región había cierta cantidad de consejos electorales. Los historiadores no encontraron registros de la cantidad exacta de consejos electorales en cada región, pero tratan de utilizar algunos documentos incompletos para deducirlos. Se sabe que:

- La cantidad de consejos en el norte más seis veces la cantidad de consejos en el sur equivale a tres veces la cantidad de consejos en el centro.
- Dos veces la cantidad de consejos del centro supera en 60 a dos veces la cantidad de consejos del sur.
- Dos veces la cantidad de consejos del norte junto con dos veces la cantidad de consejos de centro y cuatro veces la cantidad de consejos en el sur representan 240 consejos.

Deducir la cantidad de consejos electorales en cada una de las tres regiones. Si no existe ninguna solución, justificarlo. Si existe solo una, hallarla. En caso de que exista más de una, determinar cuáles son las soluciones posibles.

Ejercicio 5

Una empresa importadora de calzados realiza a comienzos de enero de 2023 una importación de 1500 unidades. Debido a el gran interés que percibe de parte de los consumidores, decide realizar importaciones mensuales (a comienzos de cada mes) e incrementar la cantidad importada un 4 % mensual. Las proyecciones de mercado indican que a partir de enero del 2025 la empresa importadora deberá incrementar la cantidad importada un 8 % mensual.

1. Dar una expresión para la sucesión que describe la evolución de la cantidad de calzados importados mensualmente.
2. Estimar la cantidad total de importaciones realizadas desde comienzos de 2023 hasta finales de 2024.
3. ¿En que momento el total de importaciones (consideradas desde enero 2023) alcanzó las 50.000 unidades?
4. Estimar la cantidad total de importaciones realizadas desde comienzos de 2024 hasta finales de 2026.