

PRIMER PARCIAL - MATEMÁTICA PARA LAS CIENCIAS SOCIALES

8 de mayo de 2021

GRUPO 1

Ejercicio 1

1. Determine el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 2 \\ x + y + 2z = 1 \\ 2x + 4y + 8z = 4 \end{cases}$$

2. Indique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando su respuesta: "Si el sistema de ecuaciones tiene mayor número de ecuaciones que de variables, no es posible que la solución al sistema sea única."

Ejercicio 2

La matriz P contiene la proporción de vacunas Pfizer y Sinovac (primer y segunda columna, respectivamente) que van a ser entregadas en las próximas semanas al norte y al sur del Río Negro (primer y segunda fila, respectivamente), y el vector t contiene el total de vacunas que se entregan al norte y al sur del Río Negro.

$$P = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 0,6 & 0,7 \end{pmatrix}, \quad t = \begin{pmatrix} 320.000 \\ 730.000 \end{pmatrix}$$

Se pide:

1. ¿Qué condición se tiene que cumplir para que exista P^{-1} ? ¿Se cumple dicha condición en este ejercicio?
2. Resuelva la ecuación $PX = t$.
3. ¿Qué interpretación se le da a la matriz X ?

Ejercicio 3

1. Considerese la siguiente función

$$g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / g(t) = te^{-t} + \frac{1}{2}$$

Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(t)$

2. Las utilidades de una empresa a lo largo del tiempo se corresponden con la función.

$$f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \ln(te^{-t} + \frac{1}{2}) + 3$$

Donde t corresponde a meses a partir del inicio de actividades de la empresa y $f(t)$ está expresado en miles de dolares. Probar que, si el modelo de utilidades es correcto, la empresa nunca da pérdidas.

Sugerencia 1: investigar si f posee mínimo absoluto.

Sugerencia 2: puede ser de utilidad saber que el diagrama de signo de g es

$$sg \ g(t) \xrightarrow{\quad \neq \quad + \quad + \quad} \xrightarrow{\quad | \quad} \xrightarrow{\quad 0 \quad}$$

GRUPO 2

Ejercicio 1

En el mes de marzo de 2021 se detectó la presencia de la variante P1 del nuevo Coronavirus en Uruguay. La matriz C contiene el promedio de casos diarios detectados en marzo y abril de este año (filas de la columna C , respectivamente) para la variante original del Coronovarius (columna 1) y para la variante P1 (columna 2). Por otra parte, se sabe que el promedio de personas fallecidas por día con Covid-19 en marzo y en abril son de 16 y 55, respectivamente.

$$C = \begin{pmatrix} 1300 & 150 \\ 500 & 2500 \end{pmatrix}$$

Se pide:

1. Escriba el vector (f) que contenga el promedio de fallecidos diarios con Covid-19 en Uruguay en los meses de marzo y abril.
2. Resuelva la ecuación $CX = f$.
3. ¿Qué interpretación se le da a la matriz X ?

Ejercicio 2

Un laboratorio quiere comparar la patente de un nuevo medicamento para comenzar a fabricarlo en Uruguay. El laboratorio sabe que la función de costos está dada por la siguiente ecuación:

$$C : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / C(x) = 0,5x - \ln(x^2 + 1) + 8$$

donde $C(x)$ es el costo total expresado en millones de dólares y x es la cantidad de medicamento (en millones de unidades) que se fabrican.

1. Calcule $C(0)$ e interprete el resultado.
2. Calcule la tasa promedio de cambio entre $x = 1$ y $x = 2$ y entre $x = 4$ y $x = 5$ e interprete los resultados.

3. Determine la cantidad de unidades del medicamento que es necesario producir para minimizar el costo y calcule es el costo asociado.

Ejercicio 3

En cierto país se está planificando la distribución de 3 vacunas a las distintas regiones del mismo (Sinovac, Pfizer y AstraZeneca). Debido a las distintas condiciones de preservacion necesarias para cada una, se imponen restricciones en el peso (en kg) de las cajas en las que serán transportadas:

- Tenemos que 6 veces el peso de la caja de sinovac supera en 39kg al peso de 5 cajas de Pfizer.
- Se sabe que 2 veces el peso de la caja de Sinovac junto con una caja Pfizer y 8 cajas de AstraZeneca equivale a 45kg
- El peso de 8 cajas de Sinovac junto con 5 cajas de AstraZeneca superan en 72kg a 5 cajas de Pfizer.

1. Plantear las restricciones anteriores como un sistema de ecuaciones, clarificarlo y resolverlo (en caso de ser posible).
2. Si a las restricciones anteriores se le agrega la condición de que los pesos de cada caja no pueden fraccionarse (los pesos deben ser números naturales 0; 1; 2; 3; ...).
¿Cuántas respuestas pueden darse al problema anterior?
(Sugerencia: recuerde que los pesos son cantidades positivas.)