

SEGUNDO PARCIAL - MATEMÁTICA PARA LAS CIENCIAS SOCIALES

10 de julio de 2021

Ejercicio 1

Un banco realiza a comienzos de 2020 una proyección sobre la tasa de depósitos/retiros de sus clientes durante dicho año. Dicha proyección se expresa a través del siguiente modelo:

$$f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}/f(t) = \frac{-1}{5} + 14e^{-2t}$$

donde $f(t)$ expresa la tasa de depósitos (en millones de dolares por mes) en el mes t y $t = 0$ corresponde a comienzos de enero de 2020. Supondremos que las reservas del banco dependen exclusivamente de los depósitos/retiros.

1. Calcular la variación neta de depósitos desde comienzos de Febrero hasta finales de Abril.
2. ¿Es correcto afirmar que durante la mayor parte del período indicado en 1) las reservas del banco se incrementaron? Justifique.
3. Sabiendo que las reservas del banco a finales de Abril son de 10 millones de dolares, construir la función que describe la cantidad de reservas del banco en tiempo t .
4. Determinar en que momento, durante los primero dos años de funcionamiento, el banco alcanza su menor nivel de reservas.

Ejercicio 2

A comienzos del 2022 se pondrá en marcha un plan para favorecer el turismo. El proyecto durará 10 años y participarán organismos públicos y privados nacionales e internacionales. Según estimaciones del Ministerio de Turismo, el plan podrá incrementar la cantidad de turistas en una tasa del 20 % anual hasta el año 2031. A su vez, los datos oficiales indican que debido a la pandemia, a fines del 2021 la cantidad de turistas que recibió Uruguay es solo de 200.000. En base a esta información, se pide:

1. Escriba la fórmula general para calcular la cantidad de turistas que ingresarán al país como consecuencia del plan.
2. ¿Cuántos turistas se estima que ingresarán a finales del 2025 y a finales del 2030?
3. ¿En que momento, considerando desde comienzos de 2022, se habrán recibido 3.3 millones de turistas?

Ejercicio 3

Un estudio reciente determina que el desarrollo cognitivo de los niños y niñas de 0 a 6 años puede ser descripto por la siguiente función:

$$C : D \rightarrow \mathbb{R} / C(x, y) = -3x^2 + 36x - 4y^3 + 12y + 2000$$

$$\text{con } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 8\}$$

donde x es la cantidad de horas diarias que los padres le dedican al cuidado activo de los menores e y es la cantidad de horas diarias que el niño o niña está frente a una pantalla, y donde $C(x, y)$ mide el desarrollo cognitivo mediante un índice que varía entre 0 y 3000. Un mayor valor del índice indica un mejor desarrollo del niño o niña.

Se pide:

1. Evalúe $C_y(3, 2) = \frac{\partial C}{\partial y}(3, 2)$. Comente e interprete el resultado obtenido.
2. Encuentre todos los puntos estacionarios de la función y clasifique solo los que tienen sentido en el contexto de este ejercicio.
3. Si se sabe que la suma de horas diarias de cuidado activo a los menores y las horas diarias de pantalla son igual a 8, ¿cuál es la distribución óptima de horas para los niños y niñas para maximizar su nivel de desarrollo? Plantee e problema a resolver y encuentre la solución justificando su respuesta.