

SEGUNDO PARCIAL - MATEMÁTICA II

2 de julio de 2022

Ejercicio 1 (20 puntos)

Una nueva empresa se instala en el cono sur y dispone de un modelo predictivo sobre la evolución de sus utilidades durante su primer año de actividades (año 2022). El modelo es el siguiente

$$f : [0, 12] \rightarrow \mathbb{R} / f(t) = 5e^{-t/2+4}$$

donde t corresponde a meses desde el inicio de actividades ($t = 0$ corresponde a comienzos de enero de 2022) y $f(t)$ corresponde a la tasa de utilidades (millones de dolares / mes) en tiempo t . Supondremos que los fondos de la empresa se nutren exclusivamente de las utilidades.

1. ¿Cuál es el saldo neto de utilidades durante enero de 2022?
2. A comienzos de setiembre la empresa dispone de 590 millones de dolares en su fondo. Determinar la función $F : [0, 12] \rightarrow \mathbb{R}$ que describe los fondos que dispone la empresa en tiempo t .
3. ¿En que momento los fondos de la empresa alcanzan su máximo valor? Justifique.

Ejercicio 2 (20 puntos)

Una empresa de telefonía estima que el número de contratos con nuevos clientes que realiza cada año es una función de los gastos hechos en la publicidad por radio y televisión. La función que especifica esta relación es:

$$C : D \rightarrow \mathbb{R} / C(x, y) = 160x + 240y - 2x^2 - 6y^2 - 4xy$$

donde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 50, 0 \leq y \leq 50\}$, $C(x, y)$ es el número de contratos firmados, x indica la cantidad destinada a la publicidad por radio y la y denota la cantidad que se gasta en publicidad por televisión (x e y medidos en miles de dólares).

1. Se sabe que en 2022 la empresa está destinando \$15.000 a la publicidad por radio y \$25.000 a la publicidad por televisión. Según el modelo, ¿cuántos contratos nuevos se espera que se firmen en el año?
2. Usando derivadas parciales y partiendo del nivel de inversión de publicidad de 2022, estime qué sucede con la cantidad de contratos que se firman por año, si se asignan \$1.000 más a la publicidad por televisión. ¿Usted recomendaría incrementar el gasto en publicidad en este medio?

3. Si se sabe que el presupuesto total a destinar en gastos de publicidad para el año 2023 es de \$30.000, determine cómo debería repartir la empresa los gastos entre radio y televisión para maximizar la cantidad de contratos a firmar. Plantee el problema a resolver y justifique adecuadamente su respuesta.

Ejercicio 3 (10 puntos)

Una empresa comienza vender un nuevo producto en enero de 2022. Las ventas en dicho mes fueron de 15.000 unidades. Rápidamente otros competidores comienzan a vender el mismo producto y las ventas de la primer empresa sufren una caída de 4 % mensual.

1. Determinar una expresión para la sucesión que describe la evolución de las ventas de cada mes.
2. ¿En que momento la empresa habrá vendido una cantidad de 272.000 unidades del producto?
3. ¿Cuántas unidades del producto vende desde comienzos del 2024 hasta finales del 2025?