

SEGUNDO PARCIAL - MATEMÁTICA 2

14 de Julio de 2023

Ejercicio 1

Consideremos la siguiente función

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = ay^2 + 4yx^2 + bx^2 - 8y$$

Sabemos que $(0, 4)$ y $(2, -4)$ son puntos estacionarios de f .

1. Determinar el valor de los parámetros a y b .
2. Identificar y clasificar todos los puntos estacionarios de f

Ejercicio 2

Una empresa tienen la siguiente función de beneficios:

$$B : D \rightarrow \mathbb{R} / B(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$$

donde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0, y \geq 0\}$, x es la cantidad de horas de trabajo calificado e y es la cantidad de horas de trabajo no calificado que se contratan por semana, y $B(x, y)$ son los beneficios semanales en dólares que obtiene la empresa. La empresa tiene como restricción que la cantidad total de horas que contrata por semana debe ser igual a 100.

1. Represente gráficamente el conjunto de combinaciones posibles de horas de trabajo calificado y no calificado que puede contratar la empresa.
2. Determine cuántas horas de trabajo calificado y no calificado debe contratar para maximizar los beneficios. Justifique su respuesta.

Ejercicio 3

Un país se ve sujeto a grandes flujos migratorios en la tercer década del siglo XXI. A partir de los datos de inmigración-emigración de los últimos años se construye un modelo que describe la tasa de inmigración-emigración a lo largo del tiempo

$$f : [3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(t) = \frac{1}{t^3} + 3 \cdot \frac{1}{t}$$

donde la variable t son años ($t = 3$ corresponde a comienzos del 2023) y $f(t)$ es la tasa de inmigración-emigración (cientos de miles/año)

1. Calcular el saldo neto de inmigración-emigración durante el período 2023-2033.

Este país dispone de políticas muy abiertas de recibimiento a la inmigración. Todo inmigrante que desee radicarse en el país obtiene la residencia y pasa a la categoría *residente no nacional*.

2. Sabiendo que el país cuenta con 900 mil residentes no nacionales a comienzos de 2025, construir la función que describe la cantidad de residentes no nacionales a lo largo del tiempo.
3. ¿La función hallada en la parte anterior decrece en algún momento?
4. ¿Que predice el modelo que sucederá con la cantidad de residentes no nacionales a largo plazo?