

PARCIAL RECUPERACIÓN - MATEMÁTICA 2

8 de junio de 2024

Ejercicio 1

Un empresario decide instalar un nuevo negocio y realiza un estudio de mercado intentando proyectar la posible facturación a lograr. Dicho estudio concluye con el siguiente modelo de facturación:

$$F : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} / F(t) = \frac{2 - 2t}{2t^2 + 1} + 1$$

donde t corresponde a la cantidad de meses a partir de la instalación del negocio y $F(t)$ describe la facturación (en millones de dólares) correspondientes al mes t .

1. Analice cual es la predicción a largo plazo que el modelo realiza sobre la facturación. Necesitamos calcular el siguiente límite

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{2 - 2t}{2t^2 + 1} + 1 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{-2t}{2t^2} + 1 = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{-1}{t} + 1 = 1$$

La facturación tiende a estabilizarse en un millón de dólares por mes.

2. ¿El modelo predice que habrá un máximo absoluto en la facturación? En caso afirmativo indique cual es ese máximo y en que momento se alcanza.

$$\begin{aligned} F'(t) &= \frac{-2(2t^2 + 1) - (2 - 2t)4t}{(2t^2 + 1)^2} \\ &= \frac{4t^2 - 8t - 2}{(2t^2 + 1)^2} \end{aligned}$$

Esta derivada tiene el siguiente diagrama de signo

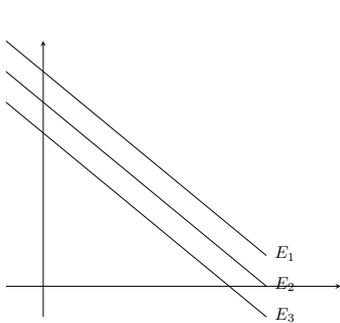
$$sg(F'(t)) \quad \begin{array}{ccccccc} & \ddagger & & - & & 0 & & + \\ & & | & & & | & & \\ & & 0 & & & 2,22 & & \end{array} \rightarrow$$

A partir de el diagrama anterior y del hecho de que $F(0) = 3$ y $\lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) = 1$ podemos concluir que el máximo absoluto de F es 3 y se alcanza en $t = 0$.

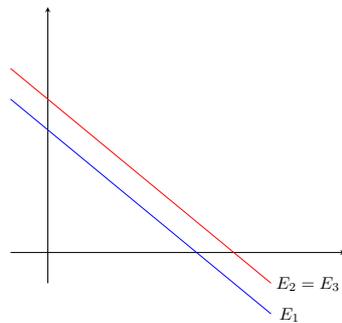
El empresario alcanzará un máximo de facturación de 3 millones de dolares en el primer mes.

Ejercicio 2

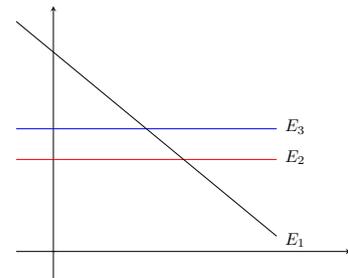
1. En las figuras presentadas más abajo se representa gráficamente las soluciones de distintas ecuaciones lineales pertenecientes a sistemas 3×2 . Clasificar cada sistema (en caso que el sistema sea compatible, señalar gráficamente el o los puntos de la solución)



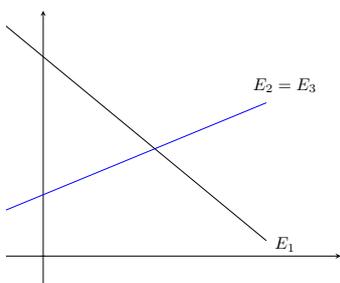
(a)



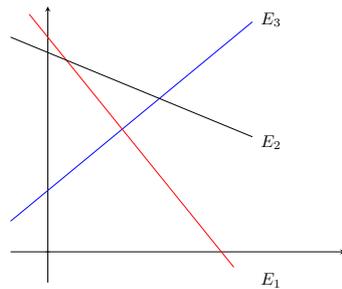
(b)



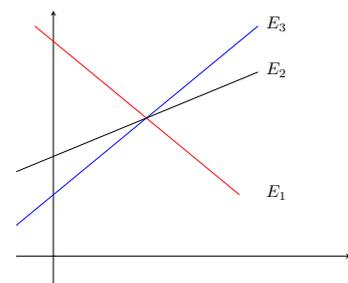
(c)



(d)

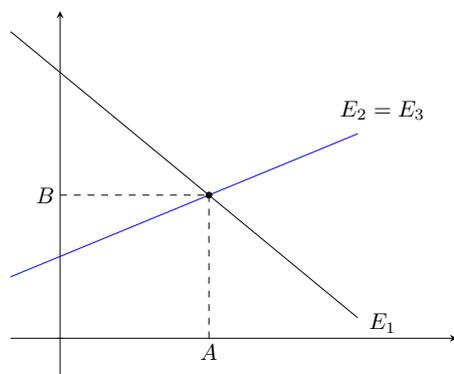


(e)



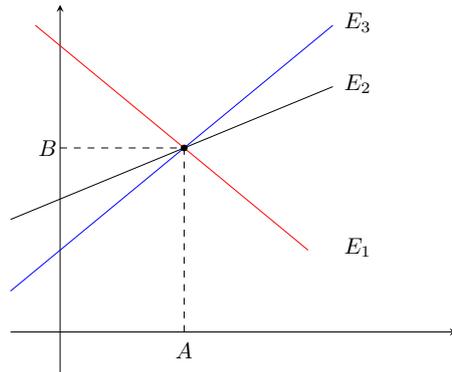
(f)

- a) sistema incompatible
 b) sistema incompatible
 c) sistema incompatible
 d) sistema compatible determinado con solución $S = (A, B)$



- e) sistema incompatible

f) sistema compatible determinado con solución $S = (A, B)$



2. Analizar el siguiente sistema de ecuaciones lineales, señalar para que valor de k el sistema es incompatible.

$$\begin{cases} 4x + ky = 2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 4x + ky = 2 \end{cases} \xrightarrow{E_2 - 4E_1} \begin{cases} x - 2y = -1 \\ ky + 8y = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x - 2y = -1 \\ (k + 8)y = 6 \end{cases}$$

- Si $k = -8$ la segunda ecuación del último sistema queda $0 = 6$ cuyo conjunto solución es vacío, por lo tanto el sistema es incompatible.
- Si $k \neq -8$ entonces de la segunda ecuación del último sistema despejamos $y = \frac{6}{k+8}$ y sustituyendo en la primer ecuación resulta

$$x = 2y - 1 = 2 \left(\frac{6}{k+8} \right) - 1$$

Por lo tanto, el sistema es compatible determinado y su conjunto solución es

$$S = \left\{ \left(\frac{12}{k+8} - 1, \frac{6}{k+8} \right) \right\}$$