donde *V equivale al valor de la función en el momento t*, V_0 *es el valor de la función en* $t = 0$ y *k es la constante de decaimiento (tasa porcentual de decaimiento).* Muchos procesos naturales se caracterizan por un comportamiento de decaimiento exponencial. Uno de tales procesos es el decaimiento de ciertas sustancias radiactivas. Una medida que se cita con frecuencia al analizar una sustancia radiactiva es su ***vida media***. Ésta es el tiempo requerido para que la cantidad de una sustancia se reduzca por un factor de $\frac{1}{2}$. Para las funciones de decaimiento exponencial con la forma de la ecuación (7.16), la vida media es una función del decaimiento constante.

Suponga que la cantidad de una sustancia radiactiva se determina por medio de la ecuación (7.16). La cantidad de la sustancia se reducirá a la mitad cuando

$$\frac{V}{V_0} = 0.5$$

o cuando

$$e^{-kt} = 0.5$$

Tomar el logaritmo natural de ambos lados de esta ecuación da

$$-kt = \ln 0.5$$

y

$$\boxed{t = \frac{\ln 0.5}{-k}} \tag{7.17}$$

La constante de decaimiento para el estroncio 90 es $k = 0.0244$, donde t se mide en años. Una cantidad de estroncio 90 disminuirá a la mitad de su tamaño cuando

$$\begin{aligned} t &= \frac{\ln 0.5}{-0.0244} \\ &= \frac{-0.6932}{-0.0244} \doteq 28.40 \text{ años} \end{aligned}$$

❑

Funciones logarítmicas

Cuando se expresa una variable dependiente como una función del logaritmo de otra variable, la función se denomina ***función logarítmica***.

> Una ***función logarítmica*** de base b tiene la forma
>
> $$y = f(x) = \log_b u(x) \tag{7.18}$$
>
> donde $u(x) > 0$, $b > 0$, pero $b \neq 1$.

Los siguientes son ejemplos de funciones logarítmicas:

$$f(x) = \log x$$

$$f(x) = \ln x$$

$$f(x) = \log(x - 1)$$

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1)$$

Ejemplo 19 Suponga que queremos trazar la gráfica de la función $y = \ln x$, donde $x > 0$. La función $y = \ln x$ se puede graficar usando dos procedimientos. Si se tienen disponibles valores de $\ln x$ (de tablas o una calculadora de mano), es posible graficar directamente la función. Usando la tabla 2 al final del libro, los valores muestra de $\ln x$ aparecen en la tabla 7.4. La forma general de esta función se indica en la figura 7.12.

Tabla 7.4

x	**0.1**	**0.5**	**1**	**10**	**100**	**200**	**300**
$\ln x$	−2.3026	−0.6932	0	2.3026	4.6052	5.2983	5.7038

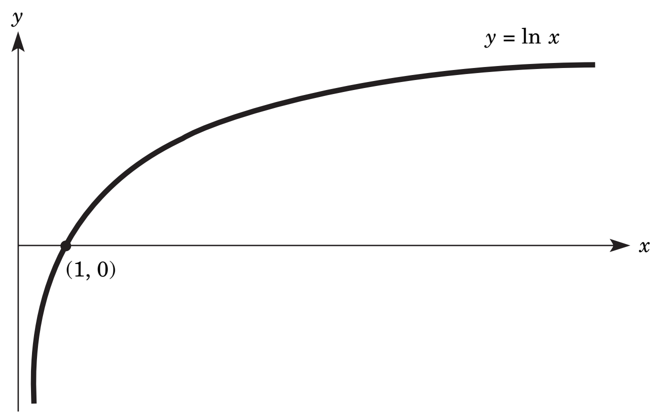

Figura 7.12

❑

Un procedimiento alternativo para graficar una función logarítmica consiste en reformular la función en su forma exponencial equivalente. La forma exponencial equivalente de $y = \ln x$ es

$$e^y = x$$

Tabla 7.5

y	**−1**	**−0.5**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$x = e^y$	0.3679	0.6065	1.000	2.7183	7.3891	20.086	54.598