MATEMÁTICA APLICADA A LA ECONOMÍA

CLASE 3 - Prof. Nicolás Bonino Gayoso

Análisis de Equilibrio Parcial

Dado el modelo de mercado:

Función de demanda: $q^d = 100 - 2p$

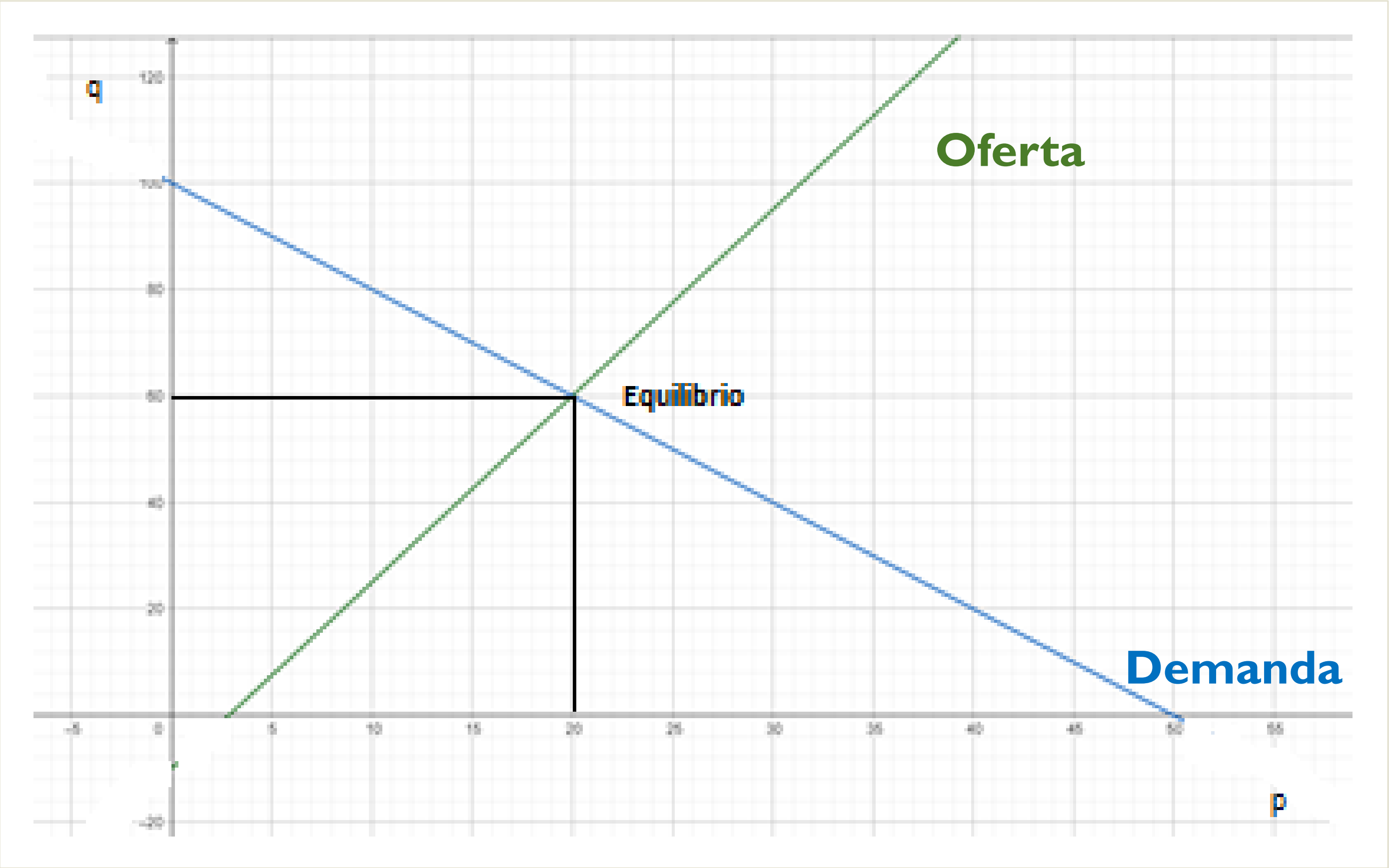
Función de oferta: $q^o = -10 + 3{,}5p$

Encontrar el precio y la cantidad intercambiada en equilibrio.

Condición de Equilibrio: $\boldsymbol{q^d = q^o}$ ⇒

El precio de equilibrio es 20 y la cantidad intercambiada (o transada) en equilibrio es 60

Representación gráfica del equilibrio



Análisis de Equilibrio Parcial

También se puede obtener el equilibrio a partir de la función inversa de Demanda y de Oferta:

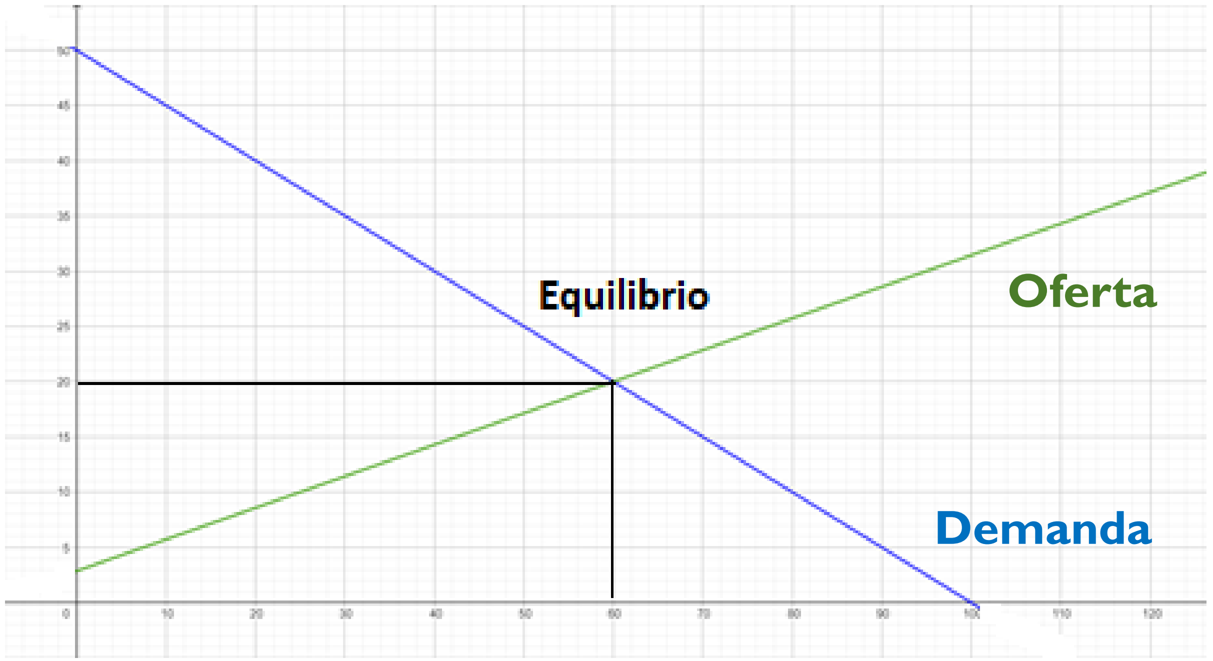
Función de demanda: $q^d = 100 - 2p$ ➡ **Función inversa de demanda:** $p = 50 - \frac{1}{2}q^d$

Función de oferta: $q^o = -10 + 3{,}5p$ ➡ **Función inversa de oferta:** $p = \frac{10}{3{,}5} + \frac{1}{3{,}5}q^d$

El precio y la cantidad intercambiada en equilibrio las encontramos de la misma manera que antes.

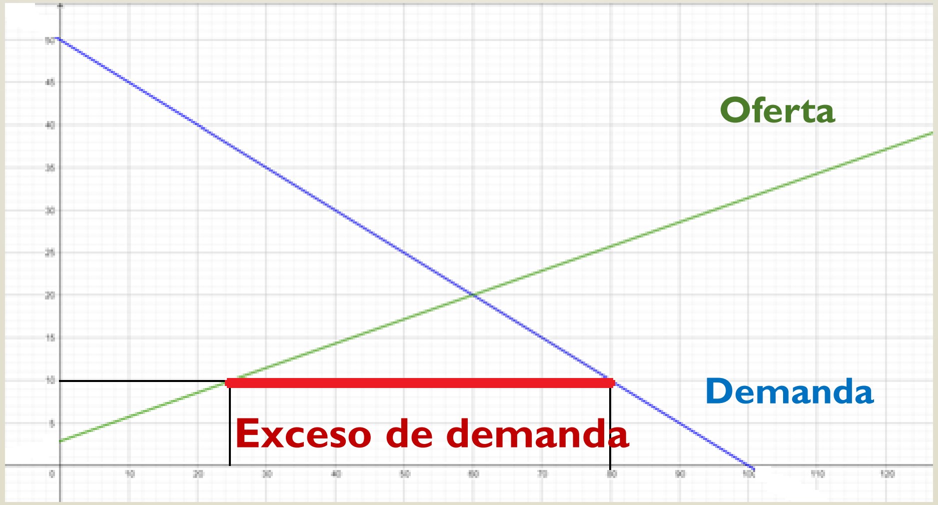
<u>Condición de Equilibrio</u>: $\boldsymbol{p^{demanda} = p^{oferta}}$ ➡ **El precio de equilibrio es 20 y la cantidad intercambiada (o transada) en equilibrio es 60**

Representación gráfica del equilibrio



¿Qué sucede si el precio es menor que el de equilibrio?

- $p = 10 < 20 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} q^d = 100 - 2(10) = 80 \\ q^o = -10 + 3{,}5(10) = 25 \end{cases}$ ➡ $\boldsymbol{q^d > q^o}$ **[Exceso de demanda]**



¿Qué sucede si el precio es mayor que el de equilibrio?

- $p = 30 > 20 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} q^d = 100 - 2(30) = 40 \\ q^o = -10 + 3{,}5(30) = 95 \end{cases}$ ⇨ $\boldsymbol{q^d < q^o}$ **[Exceso de oferta]**

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Supongamos que un mercado se organiza a través de las siguientes funciones:

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Función de oferta: $q^o = -100 + 25p$

Encontrar el precio y la cantidad intercambiada en equilibrio.

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Condición de Equilibrio: $\boldsymbol{q^d} = \boldsymbol{q^o}$

$$0{,}5p^2 - 30p + 400 = \mathbf{-100 + 25}\boldsymbol{p}$$

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Condición de Equilibrio: $\boldsymbol{q^d} = \boldsymbol{q^o}$

$$0{,}5p^2 - 30p + 400 = \mathbf{-100 + 25p}$$

$$0{,}5p^2 - \mathbf{70}p + \mathbf{500} = \mathbf{0}$$

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Condición de Equilibrio: $\boldsymbol{q^d} = \boldsymbol{q^o}$

$$0{,}5p^2 - 30p + 400 = \boldsymbol{-100 + 25p}$$

$$0{,}5p^2 - \mathbf{55}p + \mathbf{5}00 = \mathbf{0}$$

Aplicamos la fórmula de Bhaskara para resolver ecuaciones de 2° grado: $\boldsymbol{x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Aplicamos la fórmula de Bhaskara para resolver ecuaciones de 2° grado: $\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

$0{,}5p^2 - \mathbf{55}p + \mathbf{500} = \mathbf{0}$ **a = 0,5** **b = -55** **c = 500**

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Aplicamos la fórmula de Bhaskara para resolver ecuaciones de 2° grado: $\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

$0{,}5p^2 - \mathbf{55}p + \mathbf{500} = \mathbf{0}$ **a = 0,5 b = -55 c = 500**

$$\boldsymbol{p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{55 \pm \sqrt{(-55)^2 - 4(0,5)(500)}}{2(0,5)}}$$

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Aplicamos la fórmula de Bhaskara para resolver ecuaciones de 2° grado: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$0{,}5p^2 - 55p + 500 = 0$ a = 0,5 b = -55 c = 500

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{55 \pm \sqrt{(-55)^2 - 4(0,5)(500)}}{2(0,5)} = \frac{55 \pm \sqrt{2.025}}{1} = 55 \pm 45$$

Análisis de Equilibrio Parcial 2

Aplicamos la fórmula de Bhaskara para resolver ecuaciones de 2° grado: $\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

$0{,}5p^2 - \mathbf{55}p + \mathbf{500} = \mathbf{0}$ a = 0,5 b = -55 c = 500

$$\boldsymbol{p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{55 \pm \sqrt{(-55)^2 - 4(0,5)(500)}}{2(0,5)} = \frac{55 \pm \sqrt{2.025}}{1} = 55 \pm 45}$$

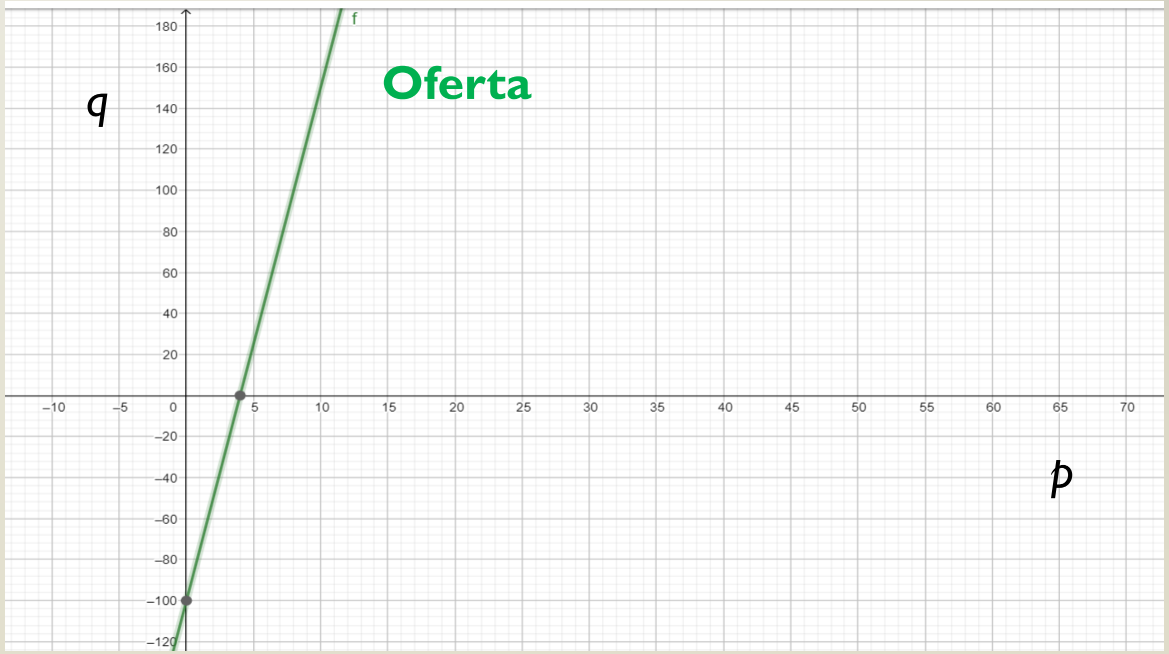
Tenemos dos posibles soluciones: $p = 10$ y $p = 100$

El precio de equilibrio será el menor, es decir, 10.
Y la cantidad intercambiada en equilibrio es 150.

Representación gráfica

Función de oferta: $q^0 = -100 + 25p$

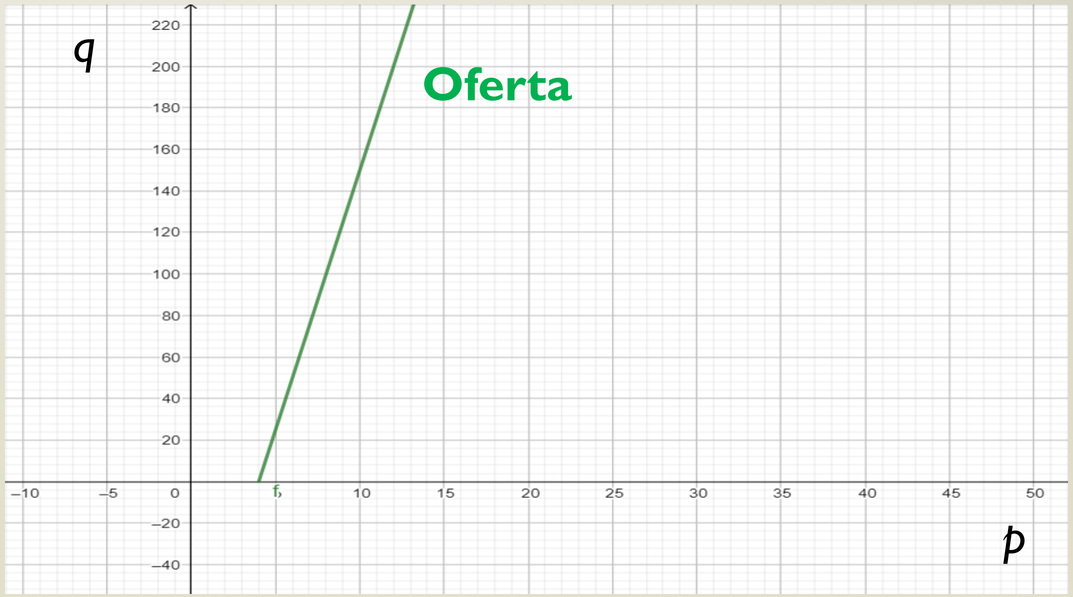
p	q^d
0	-100
4	0



Representación gráfica

Función de oferta: $q^0 = -100 + 25p$

p	q^d
0	-100
4	0



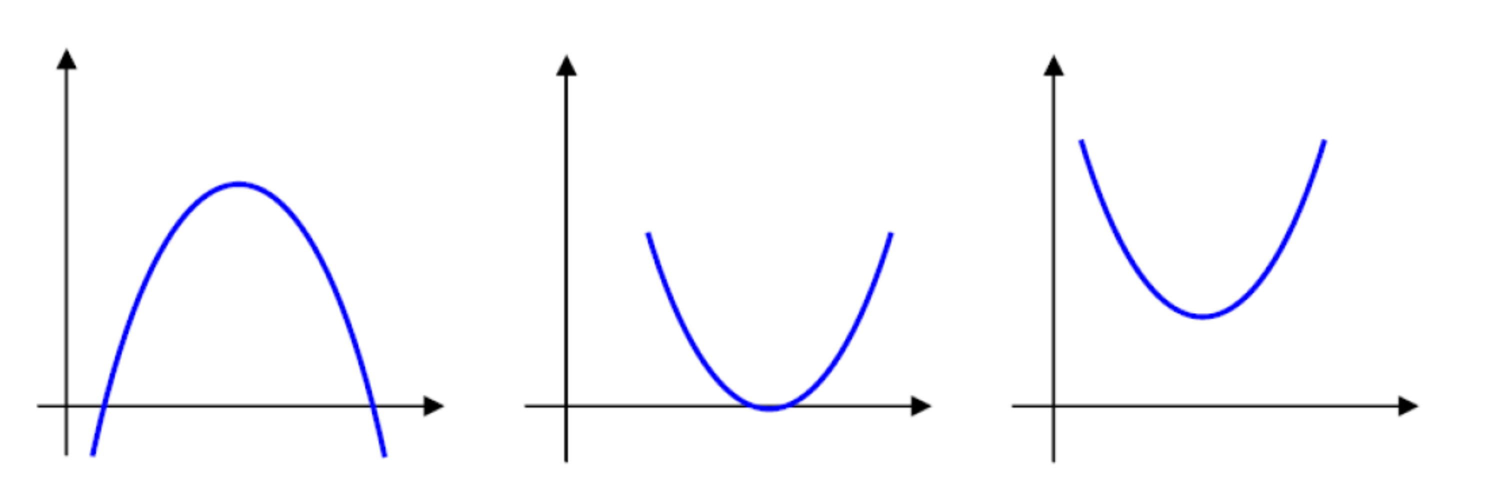
Representación gráfica

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Representación gráfica

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

<u>Previo</u>: gráfica de una polinomio de 2° grado ---→ **parábola**



Representación gráfica

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Pasos para graficar una **parábola**:

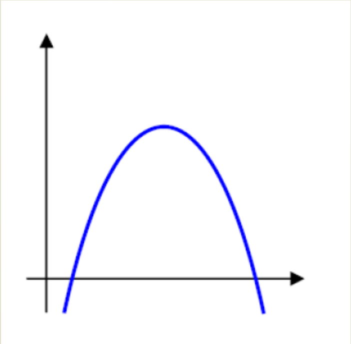
- **Concavidad**
- **Raíces (Corte con eje horizontal)**
- **Ordenada en el origen (Corte con eje vertical)**
- **Vértice**

Representación gráfica

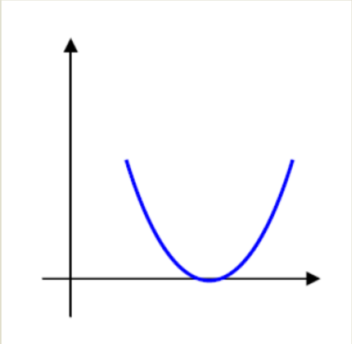
Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Pasos para graficar una **parábola**:

- **Concavidad**



a < 0 [Concavidad negativa]



a > 0 [Concavidad positiva]

Representación gráfica

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Pasos para graficar una **parábola**:

- **Raíces (Corte con eje horizontal)**

Aplicamos la fórmula de Bhaskara para resolver ecuaciones de 2° grado: $\boldsymbol{x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Y obtenemos dos raíces reales: **p = 20** **p = 40**

Representación gráfica

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Pasos para graficar una **parábola**:

- **Ordenada en el origen (Corte con eje vertical)**

$$p = 0 \quad \Rightarrow \quad q^d = 0{,}5(0)^2 - 30(0) + 400 = 400$$

Representación gráfica

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Pasos para graficar una **parábola**:

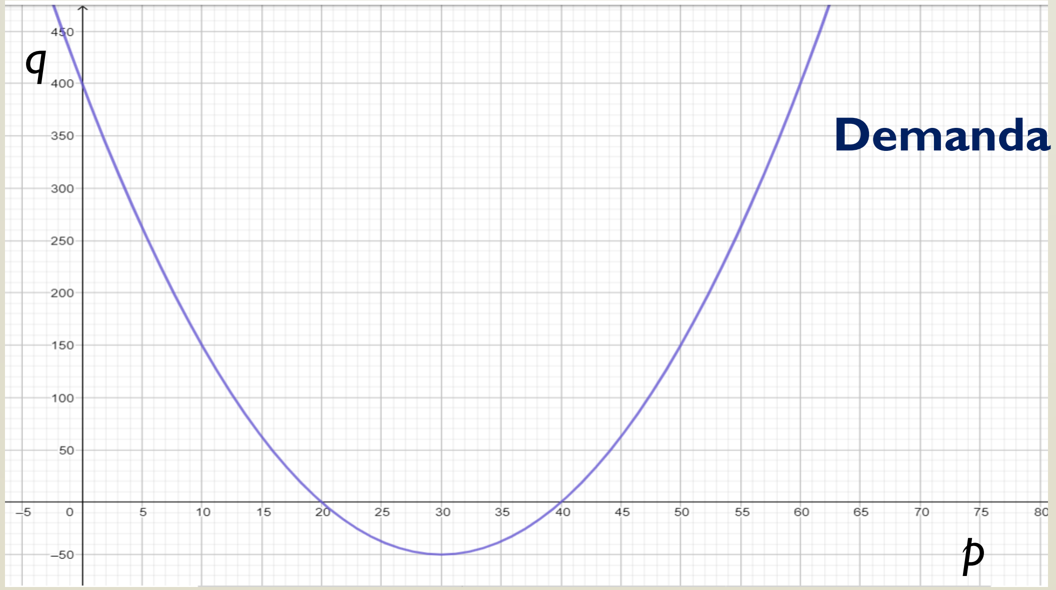
- **Vértice**

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-30}{2(0{,}5)} = 30 \quad \Rightarrow \quad q^d = 0{,}5(30)^2 - 30(30) + 400 = -50$$

$$\boldsymbol{V = (30, -50)}$$

Representación gráfica

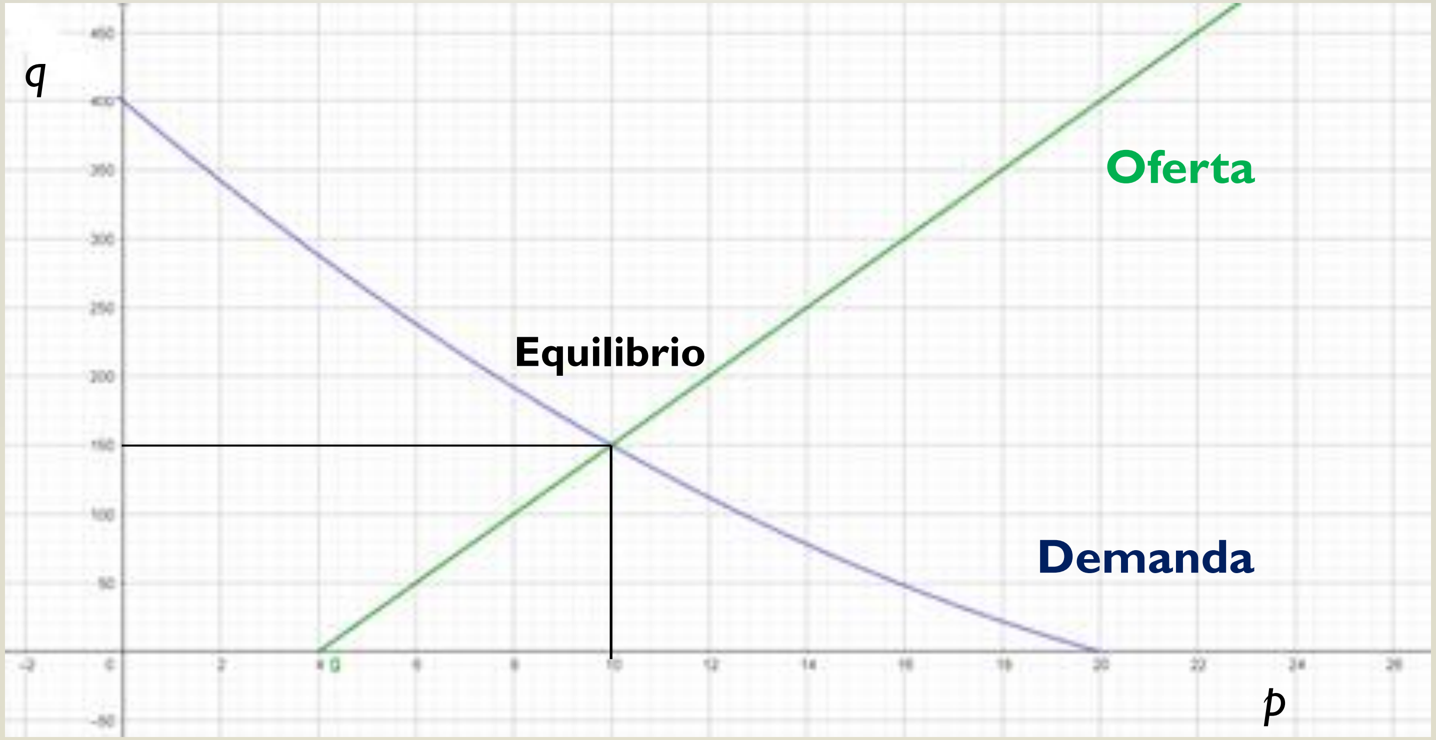
Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$



Representación gráfica

Función de demanda: $q^d = 0{,}5p^2 - 30p + 400$

Representación gráfica



Análisis de Equilibrio General

Sean dos bienes, tabletas y notebooks, cuyas funciones agregadas de demanda y oferta se presentan a continuación:

Bien	Función de demanda	Función de oferta
Tableta (T)	$q_T^d = 224 - 3p_T + 5p_N$	$q_T^o = 100 + 7p_T + 8p_N$
Notebook (N)	$q_N^d = 400 + 15p_T - 4p_N$	$q_N^o = 194 + 30p_T + 3p_N$

Nota: los precios están expresados en cientos de US$, mientras que las cantidades se refieren a cientos de artículos demandados y ofertados.

Encontrar los precios y cantidades que aseguran que los dos mercados estén a la vez en equilibrio.

Análisis de Equilibrio General

Condiciones de equilibrio:

Mercado de tabletas: $q_T^d = q_T^o \quad \Rightarrow \quad 224 - 3p_T + 5p_N = 100 + 7p_T + 8p_N$

Mercado de notebooks: $q_N^d = q_N^o \quad \Rightarrow \quad 400 + 15p_T - 4p_N = 194 + 30p_T + 3p_N$

Ecuación 1: $-3p_T + 5p_N - 7p_T - 8p_N = 100 - 224$

$-10p_T - 3p_N = -124 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{10p_T + 3p_N = 124}$

Ecuación 2: $15p_T - 4p_N - 30p_T - 3p_N = 194 - 400$

$-15p_T - 7p_N = -206 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{15p_T + 7p_N = 206}$

Análisis de Equilibrio General

<u>Sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas:</u>

$$\begin{cases} 10p_T + 3p_N = 124 \\ 15p_T + 7p_N = 206 \end{cases}$$

¿Cómo resolvemos este sistema de ecuaciones?

- **Método de sustitución**
- **Método de eliminación**

Análisis de Equilibrio General

Método de sustitución: Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones.

Por ejemplo, despejamos de la 1° ecuación p_T: $10p_T + 3p_N = 124 \Rightarrow \boldsymbol{p_T = -0,3p_N + 12,4}$

Sustituimos en la otra ecuación: $15p_T + 7p_N = 206 \Rightarrow 15(\boldsymbol{-0,3p_N + 12,4}) + 7p_N = 206$

$$-4{,}5p_N + 186 + 7p_N = 206$$

$$2{,}5p_N = 20 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{p_N = 8}}$$

Volvemos a sustituir: $\boldsymbol{p_T} = -0{,}3p_N + 12{,}4 = -0{,}3(\boldsymbol{8}) + 12{,}4 = \boldsymbol{10} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{p_T = 10}}$

Análisis de Equilibrio General

Solución del sistema:

$$\boxed{\begin{array}{ll} p_N = 8 & p_T = 10 \\ q_N = 518 & q_T = 234 \end{array}}$$

Precios de equilibrio

Cantidades de equilibrio