DEPNE - Facultad de Ciencias Sociales - Universidad de la República

MATEMÁTICA APLICADA A LA ECONOMÍA

CLASE 4 - Prof. Nicolás Bonino Gayoso

Sistemas de ecuaciones lineales

Ejercicio 1 - Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = -9 \\ 5x - 2y + 10z = 27 \\ -x + 8y - 18z = -45 \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones lineales

Ejercicio 2 - Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 4x - 3y + 7z = -13 \\ 2x + 6y - 3z = 14 \\ 2x - 9y + 10z = 12 \end{cases}$$

MATRICES

MATRICES

Definición 1. Matriz. Una matriz es una tabla ordenada generalmente de números reales a_{ij} de la forma:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

MATRICES

Ejemplo 1:

$$A_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

MATRICES

Ejemplo 2:

Cuadro 3

Indicadores de Exclusión Social y Segregación Urbana (% s/ nivel de Barrios Montevideanos)

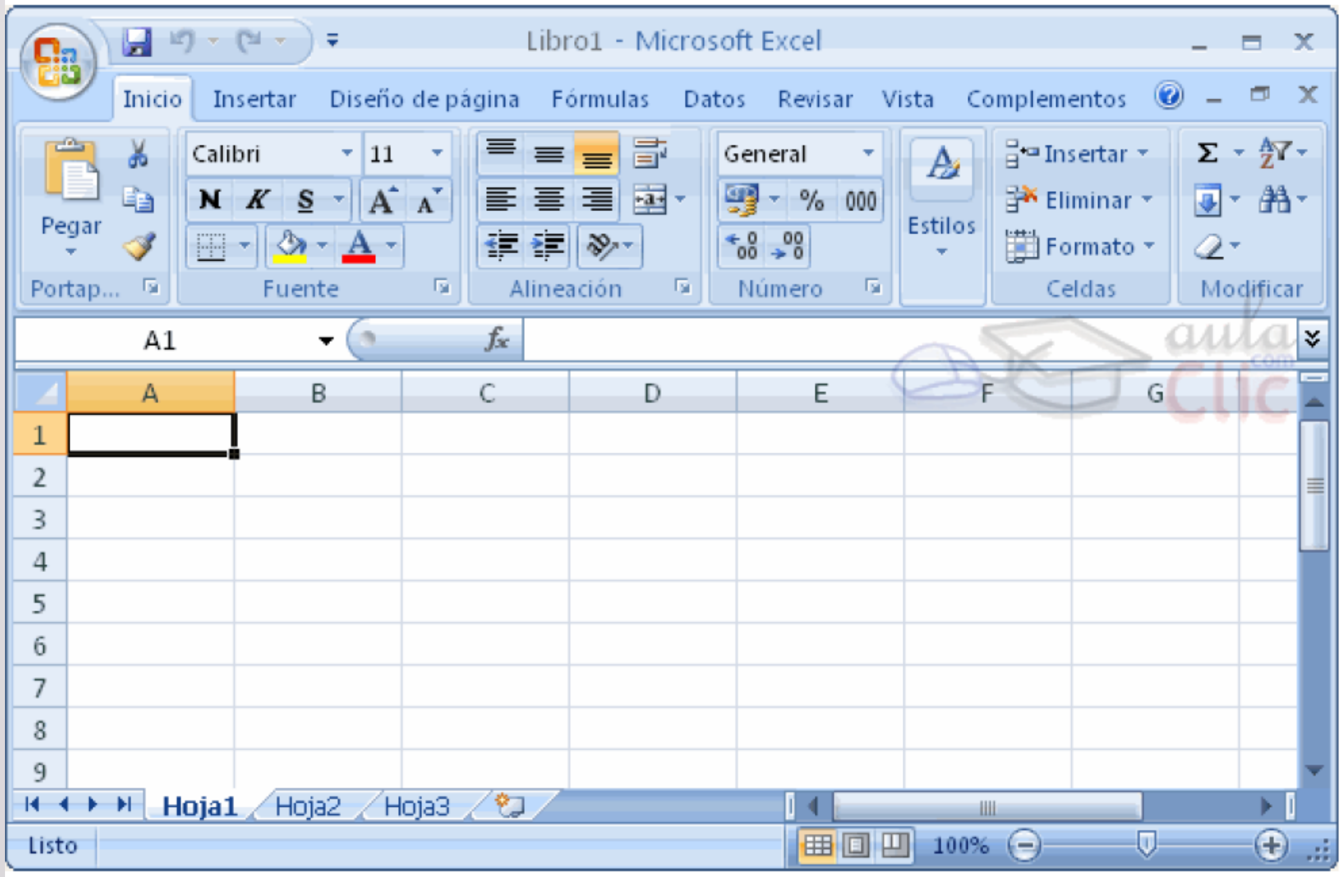
	Nivel Socioeconómico del Barrio		
Indicadores	Bajo	Medio	Alto
% Niños 8-15 c/ rezago escolar	38	26	19
% Jóvenes que no estudian ni trabajan	16	11	7
%Madres Adolesc. No casadas	12	7	5

Fuente: Elaborado en base a datos de PNUD – CEPAL (1999).

Tomado de: "Desigualdades sociales y segregación en Montevideo"; Veiga, Danilo; Rivoir, Ana Laura; trabajo de investigación del departamento de Sociología, FCS, UdelaR.

MATRICES

Ejemplo 3:



MATRICES

Definición 2. Diagonal principal. Se denomina "***diagonal principal***" de una matriz a los elementos que ocupan las celdas en las que coincide el número de fila y el número de columna.

MATRICES

Definición 2. Diagonal principal. Se denomina "***diagonal principal***" de una matriz a los elementos que ocupan las celdas en las que coincide el número de fila y el número de columna.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow diag(A) = (2 \quad -2 \quad 7)$$

Tipos de Matrices

- Nula
- Cuadradas
- Triangulares
- Diagonales
- Identidad
- Vector
- Traspuesta
- Inversa

Tipos de Matrices

- **Nula**

Se denomina matriz ***nula***, y la denotaremos por O, a una matriz que tiene todos sus coeficientes iguales a cero. Ejemplos:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tipos de Matrices

Cuadrada

Una matriz ***cuadrada*** tiene el mismo número de filas que de columnas. Se dice que una matriz cuadrada (n×n) es de orden n y se denomina matriz n-cuadrada.

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Entonces, A es una matriz cuadrada de orden 3 y B es una matriz cuadrada de orden 2. Si una matriz no es cuadrada, entonces se dice que es rectangular.

Tipos de Matrices

- **Triangular**
  - Triangular superior
  - Triangular inferior

Una matriz cuadrada es una matriz ***triangular superior***, si todos los elementos bajo la diagonal principal son iguales a cero. Así pues, las matrices:

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 7 & -2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 8 & 3 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Tipos de Matrices

- **Diagonal**

Una matriz cuadrada es ***diagonal***, si todos sus elementos no diagonales son cero.

Se denota por $D = \text{diag}\,(d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$.

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Tipos de Matrices

- **Identidad**

matriz n-cuadrada con "unos" en la diagonal principal y "ceros" en cualquier otra posición.

$$I_{2\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad I_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad I_{4\times 4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Tipos de Matrices

- **Vector**

Cuando una matriz tiene una sola fila se dice que es un "***vector fila***" y cuando tiene una sola columna se denomina "***vector columna***". Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$

A es un vector fila, mientras que B es un vector columna.

Tipos de Matrices

Matriz traspuesta

La ***traspuesta*** de una matriz A es otra matriz que se obtiene intercambiando en A las filas por columnas (o viceversa) y se denota A^t (o también A´).

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & -7 \\ 4 & 0 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 5 & 0 \\ 4 & -7 & 9 \end{pmatrix}$$

Tipos de Matrices

Matriz inversa

Se llama ***inversa*** de una matriz cuadrada A, a otra matriz B, también cuadrada y del mismo orden, tal que su producto (tal como se define más adelante) es igual a la matriz identidad. Notación: $B = A^{-1}$.

Entonces se cumple:

$$A \,.\, A^{-1} = A^{-1} \,.\, A = I$$

Operaciones con Matrices

- **Suma y resta de matrices**

- **Producto:**
  - Producto de una matriz por un escalar
  - Producto escalar o interno
  - Producto entre matrices