

## LISTA 3, EJERCICIO 3: SOLUCIÓN

1. Primero vamos a probar que un perfil  $(k, k, k)$  con  $k \geq 2$  no es un EN. Para ello, consideremos el desvío a  $(k-1)$  de un jugador (acá usamos que  $k \geq 2$ , de lo contrario este desvío no es factible). En el perfil  $(k, k, k)$ , el pago que obtiene cada jugador es  $\frac{1}{3}$ . Para que el desvío sea rentable, entonces el jugador debe ganar, para lo cual la distancia entre  $(k-1)$  y los  $2/3$  del promedio tiene que ser menor que la distancia entre  $k$  y los  $2/3$  del promedio:

$$\frac{2}{3} \left( \frac{k-1+k+k}{3} \right) - (k-1) < k - \frac{2}{3} \left( \frac{k-1+k+k}{3} \right),$$

lo que se cumple sii:

$$k > \frac{5}{6}.$$

Como  $k \geq 2$  entonces la condición anterior es cierta.

Segundo, vamos a probar que el perfil  $(1, 1, 1)$  es un EN. Consideremos el desvío de un jugador a  $k$ . Para que el desvío sea rentable, se debe cumplir que (claramente  $k > 1$  y menor que  $2/3$  del promedio):

$$k - \frac{2}{3} \left( \frac{k+1+1}{3} \right) < \frac{2}{3} \left( \frac{k+1+1}{3} \right) - 1,$$

lo cual se cumple si  $k < -\frac{1}{5}$ , que claramente no es posible.

2. Primero vamos a probar que un perfil de la forma  $(k^*, k_1, k_2)$  con  $k^* > k_1 \geq k_2$ , no es un EN. Los  $2/3$  del promedio son:

$$a = \frac{2}{3} \left( \frac{k^* + k_1 + k_2}{3} \right) = \frac{2}{9}(k^* + k_1 + k_2).$$

Si  $k_1 > a$  entonces  $k^*$  está más lejos que  $k_1$  y por lo tanto el jugador que eligió  $k^*$  pierde y tiene incentivos a desviarse.

Si  $k_1 < a$ , calculamos las respectivas distancias:

$$k^* - a = \frac{7}{9}k^* - \frac{2}{9}k_1 - \frac{2}{9}k_2,$$

$$a - k_1 = \frac{2}{9}k^* - \frac{7}{9}k_1 + \frac{2}{9}k_2$$

Restando se obtiene:

$$k^* - a - (a - k_1) = \frac{5}{9}k^* + \frac{5}{9}k_1 - \frac{4}{9}k_2 > 0,$$

por lo que  $k^*$  está más lejos que  $k_1$  y por lo tanto el jugador que eligió  $k^*$  pierde y tiene incentivos a desviarse

Segundo, consideremos un perfil  $(k^*, k^*, k)$  con  $k^* > k$ . Se tiene que:

$$a = \frac{4}{9}k^* + \frac{2}{9}k.$$

Calculamos:

$$k^* - a = \frac{5}{9}k^* - \frac{2}{9}k,$$

$$a - k = \frac{4}{9}k^* - \frac{7}{9}k.$$

Restando obtenemos:

$$k^* - a - (a - k) = \frac{1}{9}k^* + \frac{5}{9}k > 0,$$

por lo que  $k^*$  está más lejos que  $k$  y por lo tanto uno de los jugadores que eligió  $k^*$  tiene incentivos a desviarse.

3. La única estrategia racionalizable para cada jugador es 1. Observar que anunciar  $K$  está estrictamente dominado por anunciar 1. Por lo tanto, podemos eliminar la estrategia  $K$  para cada jugador. Luego,  $K - 1$  está estrictamente dominado por anunciar 1. Eliminamos la estrategia. Continuando de esta forma, sólo sobrevive 1.

3 de agosto de 2017