Lista Ejercicios 2: Solución obligatorios

1. (*)

   a) Hallar la función de mejor respuesta de cada jugador. Fijemos el jugador i. Dado las estrategias de los otros dos jugadores j y k, entonces la mejor respuesta es: $BR_i(s_j, s_k) = 0$ si $s_j = s_k$, y $BR_i(s_j, s_k) = 1$ si $s_j \neq s_k$.

   b) Hay dos tipos de NE. Un tipo (que es único) donde ningún jugador contribuye, y otro tipo que tiene dos jugadores contribuyendo y el tercero no contribuyendo. Por lo tanto, los dos outcomes posbiles en equilibrio son que la calle se arregla con dos jugadores contribuyendo, o la calle no se arregla y nadie contribuye.

2. *a*) Según lo calculado en el libro de Tadelis (pág 85) la función de mejor respuesta de cada jugador i es:

$$BR_i(k_{-i}) = \frac{K - \sum_{j \neq i} k_j}{2}.$$

   Consideremos en primer lugar un equilibrio simétrico en el cual cada jugador consume k^*. Utilizando esto en la función anterior tenemos que si $k_j = k^*$ para cada $j \neq i$, entonces la mejor respuesta de i debe ser k^*:

$$k^* = \frac{K - (n-1)k^*}{2}.$$

   Despejando se obtiene: $k^* = \frac{K}{(n+1)}$. Por lo tanto, un perfil en el cual cada jugador consume la cantidad anterior es un EN.

   Como puede observarse, al aumentar n cada jugador consume menos aire puro.

   Para probar que no existe otro equilibrio que el hallado antes, supongamos que existe un equilibrio asimétrico. En este equilibrio al menos dos jugadores tiene que consumir cantidades distintas en equilibrio: es esto, exiten i, j tal que $q_i^* \neq q_j^*$. Denotemos como $\bar{k} = \sum_{m \neq i,j} k_m$. En equilibrio sabemos que i, j están jugando una mejor respuesta a lo que juegan el resto. Por lo tanto, se debe verificar:

$$k_i^* = \frac{K - \bar{k} - k_j^*}{2},$$

   y

$$k_j^* = \frac{K - \bar{k} - k_i^*}{2}.$$

Despejando de las condiciones anteriores k_i^* y k_j^*, se obtiene que $k_i^* = k_j^*$, lo cual es una contradicción. Por lo tanto, no existe un EN asimétrico, y el EN hallado antes es el único EN.

b) Para calcular el óptimo social, resolvemos el problema centralizado:

$$max_{k_1,\dots,k_n} \sum_{i=1}^{n} ln(k_i) + nln(K - \sum_{i=1}^{n} ln(k_i)).$$

Cada una de las n condiciones de primer orden son:

$$\frac{1}{k_i} - \frac{n}{K - \sum_{i=1}^{n} ln(k_i)} \text{ para } i = 1, \dots, n.$$

Observando que la solución es simétrica, $k_i = k^*$ para todo i, se obtiene:

$$k^* = \frac{K}{2n}.$$

Por lo tanto, en el óptimo cada jugador consume menos de aire limpio que en la solución descentralizada (EN). La solución implica dividir la mitad de aire limpio ($\frac{K}{2}$) entre todos los jugadores en partes iguales.

3. Para el primer juego no hay estrategias estrictamente dominadas para ninguno de los dos jugadores. Los NE en estrategias puras son (T, L) y (D, R). Para el segundo juego, T domina estrictamente a D, por lo que la podemos eliminar, pero ahí termina el proceso. Para el tercer juego, el único vector de estrategias que sobrevive es (T, R) y es el único NE.

4. *a*) La función de pagos es monótona creciente, por lo tanto el máximo se alcanza a la derecha del intervalo, y el equilibrio de Nash es $s_i^* = 5$ para todo i.

   b) La función de pagos es monótona decreciente, por lo tanto el máximo se alcanza a la izquierda del intervalo, y el equilibrio de Nash es $s_i^* = 0$ para todo i.

   c) No es Pareto eficiente, un perfil en el cual $s_i = 1 \forall i, i \in \{1, \dots, 5\}$ le da mayor pagos a todos los jugadores.

8. Hay 4 NE: (T, R, X), (B, L, X), (T, R, Z) y (B, L, Z), y ninguno es Pareto eficiente.

5 de agosto de 2017