Lista Ejercicios 5: Soluciones

1. *a*) Payoff of the strategy: $\frac{4}{1-\delta}$. A player who deviates gets 5 instead of 4 in the period of deviation, but then gets 0 thereafter. Then we need $\delta \geq \frac{1}{5}$.

   b) Payoff of the strategy: $\frac{6}{1-\delta}$. A player who deviates gets 8 instead of 6 in the period of deviation, but then gets 0 thereafter using grim trigger. Then we need $\delta \geq \frac{1}{4}$.

2. *a*) Trivial.

   b) Jugar incondicionalmente L no es parte de un equilibrio de Nash ya cada jugador tiene incentivos a desviarse y jugar H.

   c) Jugar incondicionalmente H es un equilibrio de Nash ya que la mejor respuesta de cada jugador cuando el otro juega H es jugar H.

   d) El pago en equilibrio es 5. Hay que verificar que no hay incentivos a desviarse. Por lo tanto, suponer que el J1 sigue la estrategia y ver los incentivos del J2. Cuando se desvía el outcome del juego es (L,H). En el siguiente período el J1 va a jugar H. Entonces, la mejor respuesta del jugador 2 a esto es jugar H. Por lo tanto, el outcome es siempre (H,H). Para que sea un NE se debe verificar:

   $$5 \geq 8(1-\delta) + 4\delta$$

   O lo que es equivalente: $\delta \geq \frac{3}{4}$

   e) La idea intuitiva es que la estrategia no es un SPNE porque una vez que un jugador se desvía le da mayor pago jugar H de ahí para adelante en lugar de volver a jugar L. Esto es, no esperar a que el otro se desvíe en el período anterior, sino que activar el castigo también cuando él se desvíe.

   Primero observar que si partimos de la historia que empieza con (L,L) y suponemos que el J2, por ejemplo, se desvía sólo un período (usamos the one stage deviation principle), entonces el outcome en los siguiente períodos es ((L,H),(H,L),(H,H),...). El pago en equilibrio es 5. Entonces se necesita que $\delta \geq \frac{7-\sqrt{13}}{6}$.

   Pero ahora tenemos que verificar para el subjuego que empieza luego de un castigo. Es decir, considerar la historia que empieza con (L,H), y vemos si es óptimo para el J2 seguir la estrategia frente a un desvío en un solo período. Si la sigue el pago es $(1-\delta)(1+4\delta+4\delta^2+...)$. Por el contrario, si se desvía obtiene un pago de 4 (se desvía al jugar H, y luego de ahí para adelante sigue la estrategia, lo que implica que el outcome es (H,H) en cada período). Para que no tenga incentivos a desviarse entonces $\delta \geq 1$, lo cual no es posible. Por lo tanto, el perfil de estrategias NO es un SPNE.

3. Consider the strategies described by two "states," the bad and good state. Start in the good state, and, whenever in the good state, play (M, M). Go to the bad state for exactly one period when someone deviates from the strategy's prescription; after one period, return to good. When in the bad state, play (U, L).

   In this exercise is crucial the one-stage deviation principle. Following the strategy after a proper subhistory which places the player in the good state requires that (we will not consider average payoffs, but in that case the computations are equivalent.)

$$\frac{3}{1-\delta} \geq 4 + \delta 0 + \delta^2 \frac{3}{1-\delta}.$$

   This is the same as $3 + \delta 3 \geq 4 + \delta 0$, i.e. $\delta \geq 1/3$.

   Following the strategy in the bad state requires, for player 2,

$$0 + \delta \frac{3}{1-\delta} \geq 2 + \delta 0 + \delta^2 \frac{3}{1-\delta},$$

   i.e. $0 + \delta 3 \geq 2 + \delta 0$, so $\delta \geq 2/3$.

   For player 1 it only requires $0 + \delta 3 \geq 1 + \delta 0$, which yields $\delta \geq 1/3$ again.

   So if $\delta \geq 2/3$ the proposed strategy profile is a SPNE.

5 de agosto de 2017