En la clase del viernes 13/07 vimos un ejemplo de un juego bayesiano en el cual n empresas ofertan un precio de venta de un objeto y gana la empresa que oferta el precio menor. El costo marginal de producción de la empresa i, c_i, es información privada de la empresa.

Probamos que todas los equilibrios bayesianos en los cuales la estrategias de las empresas son simétrica y crecientes, son de la forma:

$$p(c_i) = 1 - \left(\frac{n-1}{n}\right)(1-c_i) = \frac{1}{n} + c_i\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Comentamos al final de la clase que un versión más fácil del ejercicio sería darles la forma de la solución. Entonces, suponer que buscamos una solución de la forma $p(c_i) = a + bc_i$. Haciendo las cuentas que hicimos en clase llegamos a que el pago esperado es:

$$(p_i - c_i)\left(1 - \frac{p_i - a}{b}\right)^{n-1}.$$

Derivando respecto a p_i se obtiene:

$$\left(1 - \frac{p_i - a}{b}\right)^{n-1} - (n-1)(p_i - c_i)\left(1 - \frac{p_i - a}{b}\right)^{n-2}\frac{1}{b}.$$

Igualando la expresión anterior a 0 y dividiendo por $\left(1 - \frac{p_i - a}{b}\right)^{n-2}\frac{1}{b}$, se obtiene:

$$b - p_i + a - p_i(n-1) + c_i(n-1) = 0$$

Despejando p_i:

$$p_i = \frac{a+b}{n} + \left(\frac{n-1}{n}\right)c_i.$$

Por lo tanto, $b = \left(\frac{n-1}{n}\right)$, y

$$a = \frac{a + \left(\frac{n-1}{n}\right)}{n},$$

lo que implica $a = \frac{1}{n}$.

13 de julio de 2018