

EXAMEN DE TEORÍA DE JUEGOS. AGOSTO 2014

INSTRUCCIONES: El examen tiene tres (3) ejercicios. Es sin material y dura tres horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas (no usen el tiempo para escribir un ensayo sobre los temas relacionados a la pregunta).

1. Dos empresas compiten por N trabajadores fijando salarios. La empresa i fija el salario $w_i \geq 0$ sin conocer el salario que fija la otra empresa (decisiones simultáneas). Cada trabajador contratado con un salario w le reporta una ganancia de $x - w$ a la empresa: suponemos una productividad fija de $x > 0$, por trabajador. Una proporción $\lambda \in [0, 1]$ de trabajadores se informa de los salarios y va a trabajar por la que fija el salario más alto. Una proporción $(1 - \lambda)$ de trabajadores no está informado de los salarios y les da lo mismo ir a cualquiera de las dos. Suponemos que cuando un conjunto de trabajadores es indiferente entre las empresas, una mitad trabaja para una y la otra mitad para la otra.
 - a) Escriban las ganancias de cada empresa en función de (w_1, w_2) (*Sugerencia: considerar tres casos según el salario de la empresa sea mayor, menor o igual que el salario de la otra empresa*).
 - b) Encontrar los salarios de equilibrio de Nash si $\lambda = 0$. ¿Cuáles son en estrategias dominantes?
 - c) Encontrar los salarios de equilibrio de Nash si $\lambda = 1$. ¿Cuáles son en estrategias dominantes?
 - d) Mostrar que no existe un equilibrio en estrategias puras si $\lambda \in (0, 1)$.
2. Dos socios deciden simultáneamente hacer una inversión. Cada uno elige un monto $x_i \geq 0$. El pago para el socio i , $i = 1, 2$, es

$$\theta_i x_i x_j - x_i^3.$$

Suponemos θ_i es información privada de i y que los dos conocen que θ_i, θ_j se distribuyen en forma independiente y uniforme en $[0; 1]$

Encontrar un equilibrio Bayesiano de Nash simétrico de la forma $s_i^*(\theta_i) = a + b\sqrt{\theta_i}$ para $i = 1, 2$.

Sugerencia: Hallar la inversión que maximiza el pago esperado del inversor i , suponiendo que el inversor j juega según $s_j^(\theta_j)$. Luego comparar la solución encontrada con la propuesta de $s_i^*(\theta_i)$ para hallar a y b*

3. Considere el siguiente juego:

	L	H
L	5, 5	1, 8
H	8, 1	4, 4

- a) Pruebe que (H, H) es el único equilibrio de Nash.
Para las siguientes preguntas considere el juego anterior infinitamente repetido con factor de descuento δ para cada jugador.
- b) ¿Los dos juegan L incondicionalmente es un equilibrio de Nash?
- c) ¿Los dos juegan H incondicionalmente es un equilibrio de Nash?
- d) Hallar los valores de δ para los cuales es un equilibrio de Nash seguir el siguiente perfil de estrategias: cada jugador juega L en el primer período, y juega L siempre que el otro haya jugado L en el período anterior, de lo contrario juego H para siempre. ¿Es este perfil de estrategias un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos? Justificar