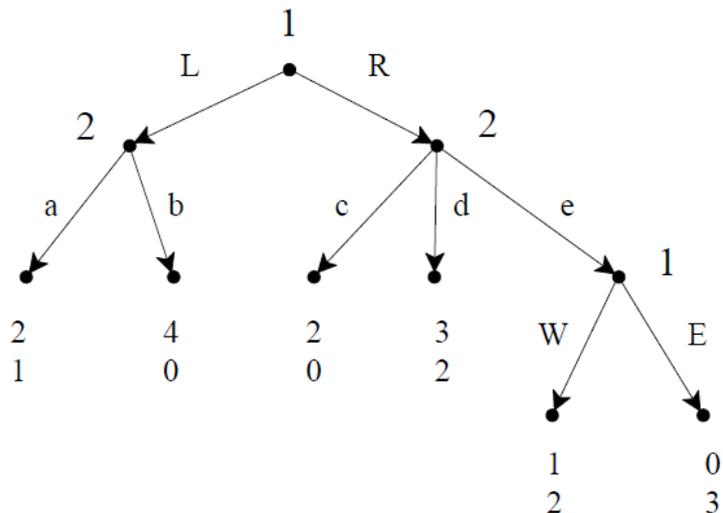


EXAMEN TEORÍA DE JUEGOS. AGOSTO 2016

INSTRUCCIONES: El examen comprende 4 ejercicios. Es sin material y dura tres horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas (no use el tiempo para escribir un ensayo sobre los temas relacionados a la pregunta).

1. Considere el siguiente juego en forma extensiva con dos jugadores:



- Describir las estrategias de cada jugador.
 - Hallar los equilibrios perfectos por subjuegos en estrategias puras.
Sugerencia: utilizar inducción hacia atrás.
 - Escribir el juego en forma estratégica.
 - Encontrar todos los equilibrios de Nash en estrategias puras del juego. En el caso que existan equilibrios distintos de los hallados en la parte b), explicar por qué no son equilibrios perfectos por subjuegos.
2. Alicia (Jugador 1), Bernardo (Jugador 2), y Carmen (Jugador 3) juegan el siguiente juego de movidas simultáneas. Están sentados en cuartos distintos delante de un teclado con una sola tecla, y tienen que decidir

si presionar o no la tecla. Alicia gana si el número de personas que presionan la tecla es impar (esto es, si los tres lo hacen o solamente uno); Bernardo gana si exactamente dos jugadores presionan la tecla (él puede ser uno de ellos), y Carmen gana si nadie presiona la tecla.

a) Suponga que cada jugador prefiere ganar a perder y es indiferente entre dos outcomes en los cuales no gana (puede utilizar los valores 0 y 1 para representar los pagos). Represente el juego en forma estratégica y hallar los equilibrios de Nash en estrategias puras. *Observa que el juego puede representarse mediante dos matrices o tablas, el jugador 1 lo representamos en las filas, el jugador 2 en las columnas y el jugador 3 elige la matriz.*

b) Suponga que cambiamos los pagos de la siguiente forma. Cada jugador sigue prefiriendo ganar a perder. Alicia es indiferente entre dos outcomes en los cuales no gana (como antes). Bernardo, condicional a que no gana, prefiere que Carmen gane a que lo haga Alicia. Carmen, condicional a que no gana, prefiere que Bernardo gane a que lo haga Alicia (puede utilizar los valores 0,1,2 para representar los pagos).

Hallar los equilibrios de Nash en estrategias puras de este nuevo juego.

3. Dos estudiantes deciden preparar juntos un examen. Antes de juntarse, deben decidir simultáneamente qué fracción de su tiempo dedicarán al estudio con el otro estudiante. Sea $x_i \in [0, 1]$ la fracción que dedica el estudiante $i = 1, 2$. El pago del estudiante 1 es (suponer que $\ln(0) = -\infty$):

$$u_1 = \ln(x_1 + x_2) + 1 - x_1,$$

y el del estudiante 2:

$$u_2 = \ln(x_1 + x_2) + 1 - x_2.$$

Notación: (x_1, x_2) es el perfil de estrategias en el cual el estudiante 1 dedica x_1 de su tiempo al estudio, y el estudiante 2 dedica x_2 de su tiempo al estudio.

- a) Probar que $(1, 0)$ y $(0, 1)$ son equilibrios de Nash del juego.
 b) ¿Es $(1, 1)$ un equilibrio de Nash? Justificar.

c) (Extra: hallar todos los equilibrios de Nash en estrategias puras del juego)¹

d) Como el examen que tienen que preparar implica mucho trabajo, los estudiantes deciden juntarse cada día y jugar el juego anterior. Por lo tanto, considerar el juego anterior pero infinitamente repetido con factor de descuento δ .

Hallar qué condición debe cumplir δ para que el siguiente perfil de estrategias sea un equilibrio de Nash del juego repetido infinitas veces:

Cada estudiante dedica todo su tiempo al estudio ($x_1 = x_2 = 1$) hasta que alguno se desvíe. Cuando un jugador se desvía entonces desde el período siguiente en adelante, el que se desvió dedica todo su tiempo al estudio (1) y el otro dedica 0 de su tiempo al estudio.

4. Considere el siguiente juego bayesiano en el cual el jugador 1 puede ser del tipo a o b , donde el tipo a tiene probabilidad 0.9, y el tipo b tiene probabilidad 0.1. El jugador 2 no tiene información privada. Dependiendo del tipo del jugador 1, los pagos se puede representar por las siguientes matrices donde las acciones del jugador 1 son U , D , y las del jugador 2 L , R .

		J 2				J 2	
		L	R			L	R
J 1 ($t_1 = a$)	U	2, 2	-2, 0	J 1 ($t_1 = b$)	U	0, 2	1, 0
	D	0, -2	0, 0		D	1, -2	2, 0

Hallar un equilibrio bayesiano en estrategias puras. (Extra: existen dos equilibrios bayesianos, hallar un equilibrio diferente al hallado anteriormente.)²

¹Esta parte es opcional, quienes la resuelvan correctamente obtienen puntos adicionales.

²Esta parte es opcional, quienes la resuelvan correctamente obtienen puntos adicionales.