Examen Teoría de Juegos - Solución. Agosto 2016

1. *a*) El jugador 1 tiene 4 estrategias: LW, LE, RW, RE El jugador 2 tiene 6 estrategias ac, ad, ae, bc, bd, be.

   b) El juego tiene dos SPNE en estrategias puras: $((LW),(ae))$ y $((RW),(ad))$.

   c)

J 1 \ J 2	ac	ad	ae	bc	bd	be
LW	$2,1$	$2,1$	$2,1$	$4,0$	$4,0$	$4,0$
LE	$2,1$	$2,1$	$2,1$	$4,0$	$4,0$	$4,0$
RW	$2,0$	$3,2$	$1,2$	$2,0$	$3,2$	$1,2$
RE	$2,0$	$3,2$	$0,3$	$2,0$	$3,2$	$0,3$

   d) Hay cinco NE: (LW,ac), (LE,ac), (RW,ad), (LW,ae) y (LE,ae). En (LE,ac) y (LE,ae) la estrategia no induce un NE en el último subjuego de la derecha. Lo mismo pasa para el jugador 2 en el NE (LW,ac).

2. *a*) P= Presionar, NP= No presiona

	P	NP
P	$1,0,0$	$0,1,0$
NP	$0,1,0$	$1,0,0$

Carmen P

	P	NP
P	$0,1,0$	$1,0,0$
NP	$1,0,0$	$0,0,1$

Carmen NP

   El único NE en estrategias puras es (NP,P,NP).

   b)

	P	NP
P	$1,0,0$	$0,2,1$
NP	$0,2,1$	$1,0,0$

Carmen P

	P	NP
P	$0,2,1$	$1,0,0$
NP	$1,0,0$	$0,1,2$

Carmen NP

   No hay NE en estrategias puras.

3. *a*) Supongamos que $x_2 = 0$, entonces $u_1(x_1,0) = ln(x_1) + 1 - x_1$. Al derivar se observa que el máximo se encuentra cuando $x_1 = 1$.

   Supongamos que $x_1 = 1$, entonces $u_2(1,x_2) = ln(1+x_2) + 1 - x_2$. Al derivar se observa que el máximo se encuentra cuando $x_2 = 0$.

   Por lo tanto, ambos jugadores están jugando una mejor respuesta a la estrategia del otro.

   Lo mismo para probar que $(0,1)$ porque el juego es simétrico.

b) Si $x_1 = 1$ entonces sabemos que la mejor respuesta de 2 es $x_2 = 0$, por lo tanto $(1, 1)$ no es un NE.

c) El conjunto de equilibrios de Nash es: $\{(x, 1-x) : x \in [0, 1]\}$.

d) Vamos a usar la siguiente estrategia: cada estudiante dedica todo su tiempo al estudio ($x_1 = x_2 = 1$) hasta que alguno se desvíe. Cuando un jugador se desvía entonces desde el período siguiente en adelante, el que se desvió dedica todo su tiempo al estudio (1) y el otro dedica 0 de su tiempo al estudio.

Claramente, en el castigo no hay incentivos a desviarse porque en cualquiera de los dos escenarios posibles se juega un equilibrio de Nash. Por lo tanto, vamos a ver qué valores de δ hacen que no haya incentivos a desviarse del "buen" estado (basta considerar un jugador porque el juego es simétrico). El pago descontado promedio en equilibrio es $ln(2)$. Si un jugador se desvía (observa que el mejor desvío es jugar 0) entonces obtiene: $1 - \delta$ (obtiene 1 en el período que se desvía y luego siempre 0). Por lo tanto, la condicón es:

$$ln(2) \geq (1 - \delta),$$

o lo que es equivalente: $\delta \geq 1 - ln(2)$.

4. Existen dos BNE: $((U, D), L)$ y $((D, D), R)$.

   Observar que en cualquier BNE, el jugador 1 elige D cuando su tipo es b ya que su pago es mayor que jugar U para cualquier acción del J2.

   Supongamos que $J2$ elige L; entonces J1 con el tipo a elige U y el b elige D. El pago esperado del J2 es: $0.9(2) + 0.1(-2) = 1.6$. Si juega R entonces obtiene 0. Por lo tanto, no tiene incentivos a desviarse.

   Supongamos que $J2$ elige R; entonces J1 con el tipo a elige D y el b elige D. El pago esperado del J2 es 0. Si juega L entonces obtiene un pago esperado de -2. Por lo tanto, no tiene incentivos a desviarse.