

## EXAMEN TEORÍA DE JUEGOS. FEBRERO 2016

INSTRUCCIONES: El examen comprende 4 ejercicios. Es sin material y dura tres horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas (no use el tiempo para escribir un ensayo sobre los temas relacionados a la pregunta).

1. (Piedra-Tijera-Papel). Consider el siguiente juego  $G$  de movidas simultáneas:

		Jugador 2		
		$R$	$S$	$P$
Jugador 1	$R$	0, 0	1, -1	-1, 1
	$S$	-1, 1	0, 0	1, -1
	$P$	1, -1	-1, 1	0, 0

Figura 1: Juego  $G$

Hallar **todos** los equilibrios de Nash en estrategias puras y mixtas.

2. Considere el siguiente juego de movidas simultáneas con  $n$  jugadores. Cada jugador  $i$  elige simultáneamente un nivel de esfuerzo  $a_i \in [0, 1]$ . El pago de cada jugador  $i$  está dado por:

$$\pi_i(a_1, \dots, a_n) = 4\min\{a_1, \dots, a_n\} - 2a_i$$

- a) Hallar todos los equilibrios de Nash del juego en estrategias puras (justificar por qué cree que son equilibrios).
- b) ¿Son algunos de los equilibrios hallados en el punto anterior Pareto eficientes?
- c) Encuentre un equilibrio de Nash en el cual el pago de cada jugador es 1.

3. Dos jugadores están involucradas en un pleito. El jugador 1 no sabe si el jugador 2 es fuerte o débil, cree que con probabilidad  $\alpha$  el jugador 2 es fuerte. En cambio, el jugador 2 está totalmente informado.

Cada jugador puede pelear o ceder. Si un jugador cede entonces obtiene pago de 0 independientemente de lo que haga el otro, y obtiene un pago de 1 si pelea y su oponente cede. Si ambos jugadores pelean entonces obtienen pagos  $(-1, 1)$  si el jugador 2 es fuerte, y  $(1, -1)$  si el jugador 2 es débil (donde la primera coordenada es el pago del jugador 1 y la segunda del jugador 2).

Describa la situación anterior como un juego Bayesino y halle sus equilibrios en estrategias puras si  $\alpha < \frac{1}{2}$  y si  $\alpha > \frac{1}{2}$ .

4. El siguiente juego  $G'$  de movidas simultáneas es jugado dos veces. Los jugadores observan el resultado del juego antes de jugarlo la segunda vez. Ambos jugadores tienen un factor de descuento  $\delta \in [0, 1]$ .

		Jugador 2		
		<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
Jugador 1	<i>T</i>	3, 1	0, 0	5, 0
	<i>M</i>	2, 1	1, 2	3, 1
	<i>B</i>	1, 2	0, 1	4, 4

Figura 2: Juego  $G'$

- a) Suponga que  $\delta = 1$ . ¿Pueden ser los pagos  $(4, 4)$  alcanzados en el primer período del juego en un equilibrio perfecto por subjuegos en estrategias puras? Si su respuesta es afirmativa, describa las estrategias, de lo contrario justifique.
- b) ¿Para qué valores de  $\delta$  los pagos  $(4, 4)$  pueden ser alcanzados en el primer período del juego en un equilibrio perfecto por subjuegos en estrategias puras?