

EXAMEN TEORÍA DE JUEGOS. FEBRERO 2016

INSTRUCCIONES: El examen comprende 4 ejercicios. Es sin material y dura tres horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas (no use el tiempo para escribir un ensayo sobre los temas relacionados a la pregunta).

1. (Piedra-Tijera-Papel). Consider el siguiente juego G de movidas simultáneas:

		Jugador 2		
		R	S	P
Jugador 1	R	0, 0	1, -1	-1, 1
	S	-1, 1	0, 0	1, -1
	P	1, -1	-1, 1	0, 0

Figura 1: Juego G

Hallar **todos** los equilibrios de Nash en estrategias puras y mixtas.

2. Considere el siguiente juego de movidas simultáneas con n jugadores. Cada jugador i elige simultáneamente un nivel de esfuerzo $a_i \in [0, 1]$. El pago de cada jugador i está dado por:

$$\pi_i(a_1, \dots, a_n) = 4\min\{a_1, \dots, a_n\} - 2a_i$$

- a) Hallar todos los equilibrios de Nash del juego en estrategias puras (justificar por qué cree que son equilibrios).
- b) ¿Son algunos de los equilibrios hallados en el punto anterior Pareto eficientes?
- c) Encuentre un equilibrio de Nash en el cual el pago de cada jugador es 1.

3. Dos jugadores están involucradas en un pleito. El jugador 1 no sabe si el jugador 2 es fuerte o débil, cree que con probabilidad α el jugador 2 es fuerte. En cambio, el jugador 2 está totalmente informado.

Cada jugador puede pelear o ceder. Si un jugador cede entonces obtiene pago de 0 independientemente de lo que haga el otro, y obtiene un pago de 1 si pelea y su oponente cede. Si ambos jugadores pelean entonces obtienen pagos $(-1, 1)$ si el jugador 2 es fuerte, y $(1, -1)$ si el jugador 2 es débil (donde la primera coordenada es el pago del jugador 1 y la segunda del jugador 2).

Describa la situación anterior como un juego Bayesino y halle sus equilibrios en estrategias puras si $\alpha < \frac{1}{2}$ y si $\alpha > \frac{1}{2}$.

4. El siguiente juego G' de movidas simultáneas es jugado dos veces. Los jugadores observan el resultado del juego antes de jugarlo la segunda vez. Ambos jugadores tienen un factor de descuento $\delta \in [0, 1]$.

		Jugador 2		
		<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
Jugador 1	<i>T</i>	3, 1	0, 0	5, 0
	<i>M</i>	2, 1	1, 2	3, 1
	<i>B</i>	1, 2	0, 1	4, 4

Figura 2: Juego G'

- a) Suponga que $\delta = 1$. ¿Pueden ser los pagos $(4, 4)$ alcanzados en el primer período del juego en un equilibrio perfecto por subjuegos en estrategias puras? Si su respuesta es afirmativa, describa las estrategias, de lo contrario justifique.
- b) ¿Para qué valores de δ los pagos $(4, 4)$ pueden ser alcanzados en el primer período del juego en un equilibrio perfecto por subjuegos en estrategias puras?