Examen Teoría de Juegos. Agosto 2018

Instrucciones: El examen comprende 5 ejercicios y tiene una duración de tres horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas.¡Suerte!

1. Considere el siguiente juego con 3 participantes. Cada uno tiene que decidir, simultáneamente, si invertir o no. Si ninguno de los tres invierte, cada uno de los jugadores recibe un pago de 1. Si sólo un participante invierte, entonces el participante que invierte gana 1.25, mientras que el resto de los participantes obtiene un pago de 2. Si más de un participante decide invertir, entonces el inversor se selecciona aleatoriamente entre todos los que hayan decidido invertir.
   a) ¿Cómo son los equilibrios de Nash en estrategias puras de este juego?
   b) Encontrar un equilibrio de Nash en estrategias mixtas en el cual un jugador no invierte, y los otros dos invierten invierten con probabilidad p.
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que se realice la inversión en cada uno de los equilibrios anteriores?
2. Considere el siguiente juego en el cual $x > 4$:

	P_2	Q_2	R_2	S_2
P_1	$2, 2$	$x, 0$	$-1, 0$	$0, 0$
Q_1	$0, x$	$4, 4$	$-1, 0$	$0, 0$
R_1	$0, 0$	$0, 0$	$0, 2$	$0, 0$
S_1	$0, -1$	$0, -1$	$-1, -1$	$2, 0$

Figura 1: Matriz de pagos

   a) Halle todos los equilibrios de Nash en estrategias puras.
   b) Suponga que el juego se juega dos veces, y que los jugadores no descuentan el futuro. Hallar x tal que el perfil (s_1, s_2) definido como sigue es un equilibrio de Nash. Encuentre el outcome de equilibrio.

$$s_i(h^t) = \begin{cases} Q_i & \text{si } h^t = 0 \\ P_i & \text{si } h^1 = (Q_1, Q_2) \text{ o } h^1 = (y, z) \text{ donde } y \neq Q_1, z \neq Q_2 \\ R_i & \text{si } h^1 = (y, Q_2) \text{ donde } y \neq Q_1, \\ S_i & \text{si } h^1 = (Q_1, z) \text{ donde } z \neq Q_2. \end{cases} \tag{1}$$

3. Considere $G(\delta)$, esto es, el juego G repetido infinitas veces:
   Hallar una estrategia de equilibrio según la cual (T, L) sea el outcome del juego en cada período.

	L	C	R
T	$3, 1$	$0, 0$	$-1, 2$
M	$0, 0$	$0, 0$	$0, 0$
B	$-1, 2$	$0, 0$	$-1, 2$

Figura 2: G:Matriz de pagos

4. Dos individuos tienen una relación, en la cual cuanto mayor sea el esfuerzo que apliquen mejor están los dos. Un esfuerzo es un número no negativo. La función de pagos del jugador 1 es $e_1(1 + e_2 - e_1)$, donde e_i es el esfuerzo del jugador i. Para el jugador 2, el costo del esfuerzo puede ser el mismo que el del jugador 1, y por lo tanto su función de pagos es $e_2(1 + e_1 - e_2)$, o el costo puede ser alto y tiene una función de pagos $e_2(1 + e_1 - 2e_2)$. El jugador 2 tiene información completa, mientras que el jugador 1 no sabe si el costo del esfuerzo del jugador 2 es alto o bajo, cree que con probabilidad p es bajo y con probabilidad $1 - p$ es alto. Suponga que primero elige el nivel de esfuerzo el jugador 1, y luego el jugador 2 observa el nivel de esfuerzo elegido por el otro jugador, y elige su nivel de esfuerzo.

   Escribir las estrategias de cada jugador, y calcular un equilibrio bayesiano en función de p.

5. Considere el siguiente juego de señalización de la Figura 3. Hallar todos los equilibrios bayesianos perfectos en estrategias puras.

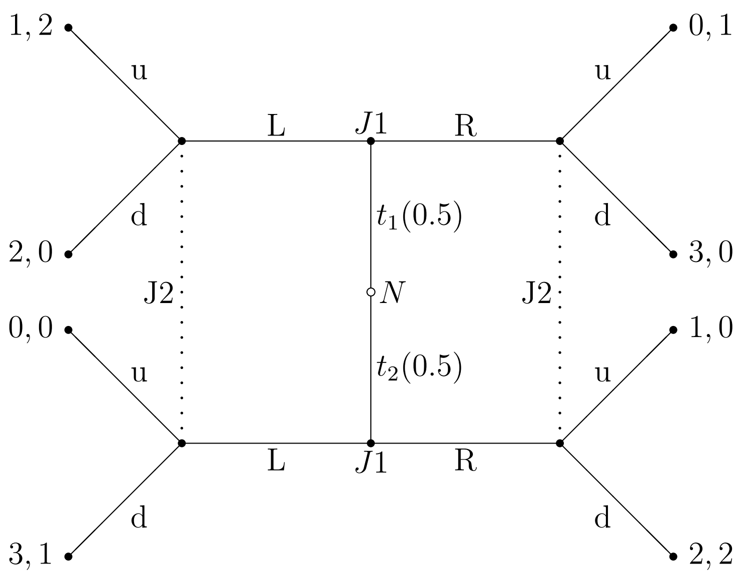

Figura 3: Juego 1