

## EXAMEN TEORÍA DE JUEGOS. FEBRERO 2018

INSTRUCCIONES: El examen comprende 4 ejercicios. Es sin material y tiene una duración de tres horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas (no use el tiempo para escribir un ensayo sobre los temas relacionados a la pregunta).

1. Considere un mercado caracterizado por la siguiente función de demanda:

$$P = 40 - Q$$

La empresa  $A$  tiene una función de costos  $c_A(q_A) = 20q_A$ , mientras que la función de costos de la empresa  $B$  es  $c_B(q_B) = q_B^2$ .

- a) Suponga que las dos empresas compiten à la Cournot (esto es, compiten en cantidades, las cuales fijan simultáneamente).
    - 1) Halle la función de reacción de cada empresa.
    - 2) Halle el precio, cantidades y beneficios de equilibrio.
  - b) Suponga las empresas siguen compitiendo en cantidades, pero ya no eligen simultáneamente sino que secuencialmente. En particular, la empresa  $A$  elige primero, y luego la empresa  $B$  observa la cantidad eligida por  $A$  y elige la cantidad a producir.
    - 1) Halle el precio, cantidades y beneficios de equilibrio.
    - 2) Compare los beneficios de equilibrio de cada empresa con los obtenidos en el punto anterior. ¿Hay alguna empresa que está mejor cuando la elección es secuencial?
2. Considere una industria con dos empresas, cada una de las cuales tiene que decidir simultáneamente en cada período entre fijar un precio bajo o alto. Los pagos en cada período están dados por la siguiente matriz:

		E 2	
		Bajo	Alto
E 1	Bajo	20, 20	50, 15
	Alto	15, 50	30, 30

Figura 1: Stage Game

Suponga que el juego anterior se juega infinitas veces, y que  $\delta$  es el factor de descuento de cada empresa. Hallar los valores de  $\delta$  tal que el siguiente perfil es un equilibrio perfecto por subjuegos:

Cada empresa comienza jugando *Alto*. Si el resultado del juego en el período anterior fue  $(Alto, Alto)$ , entonces la empresa juega *Alto*, de lo contrario juega *Bajo*.

3. Hay dos ejércitos, ejército 1 y ejército 2, de dos países distintos. El ejército 1 debe decidir si atacar al ejército 2 que está ocupando una isla entre los dos países. Si el ejército 1 decide atacar, entonces el ejército 2 debe decidir si pelear o retirarse a su país a través de un puente que conecta la isla a su país. Cada ejército prefiere ocupar la isla a no ocuparla, y una lucha es el peor resultado para los dos.

Modelar la situación anterior como un juego extensivo con información completa, y hallar un equilibrio perfecto por subjuegos.

Considere el juego en el cual el ejército 2 destruye el puente antes que el ejército 1 juegue, eliminado así la opción de retirarse si es atacado. Muestre que de esta forma el ejército 2 incrementa sus pagos en equilibrio perfecto por subjuegos (y reducir los pagos del ejército 1).

4. Suponga que hay dos jugadores, y que existen dos posibles estados de la naturaleza  $\{\omega_1, \omega_2\}$ , y las siguientes matrices de pagos.

		J 2		
		L	M	R
J 1	T	1, 2	1, 0	1, 3
	B	4, 4	0, 0	0, 5

Figura 2: Pagos cuando  $\omega = \omega_1$ 

- a) Suponga que ambos jugadores desconocen el estado de la naturaleza, y que asignan la misma probabilidad a cada uno de los posibles estados de la naturaleza. Halle un equilibrio, y calcule los pagos de equilibrio.

		J 2		
		L	M	R
J 1	T	1, 2	1, 3	1, 0
	B	4, 4	0, 5	0, 0

Figura 3: Pagos cuando  $\omega = \omega_2$ 

- b) Suponga que el jugador 2 conoce el estado de la naturaleza al momento de jugar, mientras que el jugador 1 lo desconoce (y asigna las mismas probabilidades que antes). Halle un equilibrio, y calcule los pagos de equilibrio.
- c) Comparando los resultados obtenidos, ¿es cierto que más información resulta siempre en mayores pagos para al menos un jugador?