

## EXAMEN TEORÍA DE JUEGOS. FEBRERO 2019

INSTRUCCIONES: El examen comprende 4 ejercicios y tiene una duración de tres horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas. ¡Suerte!

1. Considera el juego de Cournot para constantes  $a > c > 0$ : hay dos firmas que deben fijar las cantidades a producir de forma simultánea. Cada firma vende todo lo que produce a un precio  $a - s_1 - s_2$ , donde  $s_i$  es la producción de la firma  $i = 1, 2$ , y tiene un costo de producción de  $c$  por unidad.

Considera la siguiente variante, la cual es un juego con dos períodos. La firma 1 tiene la oportunidad de pagar un monto  $m > 0$  para mejorar su equipamiento lo cual reduce su costo de producción a cero. En primer lugar la firma 1 decide si comprar o no la mejora. La firma 2 observa su decisión. En un segundo lugar, las firmas juegan el juego de Cournot. Supón que  $c \leq \frac{a}{2}$ .

- a) Halla el equilibrio de Nash del subjuego que comienza luego que la firma 1 decide no mejorar su equipo, y los pagos de cada firma en equilibrio.
  - b) Halla el equilibrio de Nash del subjuego que comienza luego que la firma 1 decide mejorar su equipo, y los pagos de cada firma en equilibrio.
  - c) Halla los equilibrios perfectos por subjuegos en estrategias puras. En particular, hallar la condición bajo la cual la firma 1 invierte en la mejora en equilibrio.
2. En un prestigioso departamento de economía están interesados en contratar a Guillermo, un excelente estudiante, para que haga su doctorado en el departamento. Guillermo aplicó al programa del departamento pero está dudoso si aceptar o no la oferta del departamento (ya que tiene muchas otras). Guillermo se convencería de aceptar si recibe el llamado de algún profesor del departamento. Hay dos profesores que están muy interesados en Guillermo y que estarían dispuestos a hacer la llamada, pero llamar tiene un costo. Por lo tanto, estos dos profesores tienen que decidir si llamar o no, de forma simultánea. Los pagos que obtendrían son los siguientes:

	<i>Lllamar</i>	<i>NoLllamar</i>
<i>Lllamar</i>	$1 - c_1, 1 - c_2$	$1 - c_1, 1$
<i>NoLllamar</i>	$1, 1 - c_2$	$0, 0$

Figura 1: G:Matriz de pagos

Es de conocimiento común el valor de  $c_1 < \frac{1}{2}$ . Sin embargo, el valor de  $c_2$  lo conoce sólo el profesor 2. El profesor 1 sabe que  $c_2$  puede adoptar dos valores:  $\underline{c}$  con probabilidad  $p$ , y  $\bar{c}$  con probabilidad  $1 - p$ . Supón que  $0 < \underline{c} < 1 < \bar{c}$ , y  $p < \frac{1}{2}$ .

- a) Describir las estrategias de cada jugador.
- b) Observar que el tipo  $\bar{c}$  del jugador 2 tiene una acción dominante.
- c) Teniendo en cuenta la pregunta anterior, ¿cuáles son los candidatos a equilibrio?
- d) Hallar el único equilibrio bayesiano del juego.

3. Considere el siguiente juego:

	$A$	$B$	$C$
$A$	4, 4	0, 0	0, 5
$B$	0, 0	1, 1	0, 0
$C$	5, 0	0, 0	3, 3

Figura 2: Matriz de pagos

- a) ¿Tiene alguno de los dos jugadores una estrategia dominada? (*Sugerencia: buscar una estrategia mixta que use  $B$  y  $C$ , y domine a  $A$* ).
- b) Halle todos los equilibrios de Nash (en estrategias puras y mixtas).
- c) Suponga que el juego se juega dos veces, y que los jugadores tienen una tasa de descuento de  $\delta$ . Construir un equilibrio en el cual el outcome en el primer período sea  $(A, A)$  (hallar el valor de  $\delta$  asociado).

4. Considere el siguiente juego de señalización de la Figura 3.

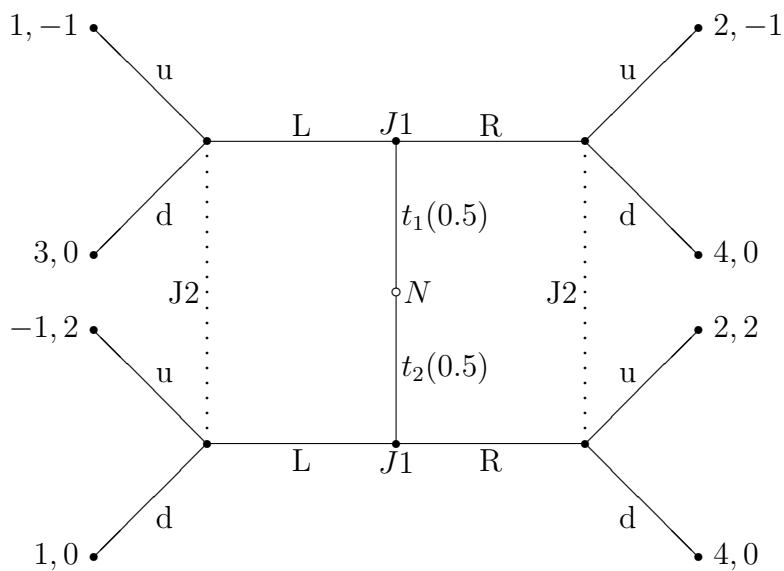


Figura 3: Juego de señalización

- a) Hallar un equilibrio separador (si existe) en el cual  $J_1$  elige  $R$  si recibe  $t_1$  y  $L$  si recibe  $t_2$ .
- b) Hallar un equilibrio pooling (si existe) en el cual  $J_1$  elige  $R$  siempre.