



## EXAMEN TEORÍA DE JUEGOS. 2 OCTUBRE 2020

INSTRUCCIONES: El examen comprende 3 ejercicios y tiene una duración de dos horas. Sólo se valora una respuesta concreta a las preguntas planteadas. ¡Suerte!

1. Considera el juego de la Figura 1.

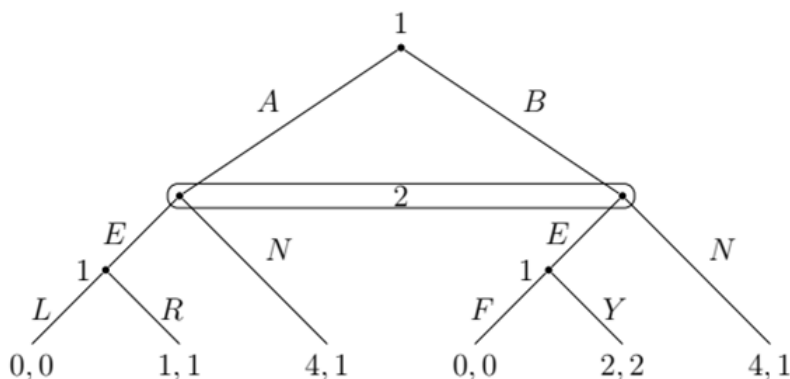


Figura 1: Ejercicio 1

- a) ¿Cuántas estrategias puras tiene cada jugador?

*El jugador 1 tiene 8 estrategias puras y el jugador 2 tiene 2.*

- b) ¿Es el perfil en el cual el jugador 1 juega  $(B, L, Y)$  y el jugador 2 juega  $E$  un equilibrio de Nash? ¿Es un equilibrio perfecto por subjuegos?

*El perfil  $((B, L, Y), E)$  es un equilibrio de Nash. Cada jugador recibe un pago de 2. El jugador 2 no tiene incentivos a desviarse ya que está obteniendo su mayor pago, que es 2. Para el jugador 1, si el jugador 2 juega  $E$ , entonces él puede obtener un pago de 0, 1, o 2, por lo que es la estrategia anterior es una mejor respuesta del jugador. Como el jugador 1 no está eligiendo una acción óptima en el subjuego que comienza luego de  $(A, E)$ , el perfil no es un equilibrio perfecto por subjuegos.*

	<i>E</i>	<i>N</i>
<i>A</i>	1, 1	4, 1
<i>B</i>	2, 2	4, 1

Figura 2: Juego  $G_1$ 

- c) Encuentra todos los equilibrios perfectos por subjuegos en estrategias puras.

*El jugador 1 debe elegir R e Y en sus respectivos subjuegos. Por lo tanto, consideramos el juego reducido  $G_1$  de la Figura 2*

*$G_1$  tiene dos equilibrios de Nash en estrategias puras:  $(A, N)$ ,  $(B, E)$ . Por lo tanto, tenemos dos equilibrios perfectos por subjuegos:  $((A, R, Y), N)$  y  $((B, R, Y), E)$ .*

2. Definimos el juego  $G_2$  con los siguiente pagos.

	<i>L</i>	<i>C</i>	<i>R</i>
<i>T</i>	10, 10	2, 8	-5, 13
<i>M</i>	8, 2	5, 5	0, 0
<i>B</i>	13, -5	0, 0	1, 1

Figura 3: Juego  $G_2$ 

- a) Hallar los equilibrios de Nash en estrategias puras de  $G_2$ . ¿Son estos equilibrios Pareto eficientes?

*Hay dos EN en estrategias puras:  $(M, C)$  y  $(B, R)$ . No son eficientes ya que el perfil  $(T, L)$  les da un mayor pagos a ambos jugadores.*

- b) Considera el juego en el cual  $G_2$  es jugado dos veces con factor de descuento  $\delta$ :  $G_2(2, \delta)$ . Construir un equilibrio perfecto por subjuegos en el cual el outcome en el período 1 sea  $(T, L)$  y en el período 2  $(M, C)$  (hallar los valores de  $\delta$  para los cuales el perfil es un equilibrio).

*Respuesta: Al comienzo del juego el jugador 1 juega T y el 2 juega L. En el segundo período, si el outcome del primer período fue T, L el jugador 1 juega M y el 2 juega C; de lo contrario juega B el jugador 1 y R l jugador 2. El perfil es un equilibrio si  $10 + 5\delta \geq 13 + \delta$ , o lo que es equivalente  $\delta \geq \frac{3}{4}$ .*

- c) Considera el juego en el cual  $G_2$  es jugado tres veces con factor de descuento  $\delta$ :  $G_2(3, \delta)$ . Hallar un equilibrio perfecto por subjuegos (justificar por qué es un equilibrio).

3. Definimos el juego  $G_3$  con los siguiente pagos:

	$L$	$R$
$T$	2, 2	0, $\theta$
$B$	$\theta$ , 0	1, 1

Figura 4: Juego  $G_3$

donde  $\theta \in \{0, 3\}$  es un parámetro conocido sólo por el jugador 1. El jugador 2 cree que  $\theta = 0$  con probabilidad  $1/2$  y que  $\theta = 3$  con probabilidad  $1/2$ .

a) Describir el conjunto de estrategias de cada jugador.

*El conjunto de estrategias del jugador 1 es:  $\{(T, T), (T, B), (B, T), (B, B)\}$  mientras que para el jugador 2 es  $\{L, R\}$ .*

b) Hallar dos equilibrios bayesianos en estrategias puras.

*Observar que para  $\theta = 3$  la acción  $B$  domina a  $T$  para el jugador 1. Por lo tanto, en equilibrio el jugador 1 siempre juega  $B$  luego de  $\theta = 3$ . Los perfiles  $[(T, B), L]$  y  $[(B, B), R]$  son equilibrios bayesianos.*