

LISTA EJERCICIOS 2: EQUILIBRIO DE NASH EN MIXTAS - ESTRATEGIAS RACIONALIZABLES

1. Hallar los equilibrios de Nash en estrategias puras y mixtas del siguiente juego (suponemos que $0 < V < c$)

	h	d
h	$\frac{V-c}{2}, \frac{V-c}{2}$	$V, 0$
d	$0, V$	$\frac{V}{2}, \frac{V}{2}$

Figura 1:

2. (Modelo de Hotelling) Los consumidores están distribuidos uniformemente a lo largo de un calle de 1 km de longitud. Las empresas deciden simultáneamente la ubicación para instalarse. Los consumidores compran en la empresa que les queda más cerca. Si dos o más empresas se ubican en el mismo punto, se reparten equitativamente el mercado.
- a) Considerar el caso de dos empresas y hallar todos los equilibrios de Nash en estrategias puras. Sugerencia calcular los pagos de la empresa i según se ubique en posición s_i tal que $s_i < s_j$, $s_i = s_j$ o $s_i > s_j$
- b) Mostrar que en el caso que haya tres empresas, no existe un equilibrio de Nash en estrategias puras.
3. Considere el siguiente juego

	w	x	y	z
a	$0, 3$	$0, 1$	$3, 0$	$0, 1$
b	$3, 0$	$0, 2$	$2, 4$	$1, 1$
c	$2, 4$	$3, 2$	$1, 2$	$10, 1$
d	$0, 5$	$5, 3$	$1, 2$	$0, 10$

Figura 2:

Claramente, encontrar equilibrios de Nash en estrategias mixtas en este juego es un largo camino. Por lo tanto, lo que se pide es reducir el conjunto de estrategias de cada jugador para luego en el juego que resulta encontrar los equilibrios.

- a) Probar que la estrategia mixta para el jugador 2 que randomiza sólo entre w y y con probabilidades $\frac{5}{12}$ y $\frac{7}{12}$, respectivamente, domina estrictamente a x .
- b) Luego observar que d está estrictamente dominada por b , y que una vez que la eliminamos la estrategia mixta anterior domina la estrategia z .

- c) Por último, mostrar que c está estrictamente dominada por b .
- d) Como resultado del proceso anterior, reducimos el juego original a uno de 2×2 . Encontrar los equilibrios Nash en puras y mixtas del juego reducido y justificar por qué es suficiente estudiar los equilibrios en este juego.
4. Dos estudiantes se inscriben para realizar una tesis con un profesor. Cada uno puede invertir tiempo en su propio proyecto: cero tiempo (0), una semana (1), o dos semanas (2). El coste del tiempo es 0 por no tiempo, y cada semana cuesta 1 unidad de pago. Cuanto más tiempo invierte un estudiante, mejor será su trabajo, de modo que si uno de los estudiantes pone más tiempo que el otro, habrá un claro "líder". Si invierten la misma cantidad de tiempo, entonces sus proyectos de tesis tendrán la misma calidad. El profesor, sin embargo, otorgará sólo una calificación A . Si hay un líder claro entonces éste obtendrá A , mientras que si son igualmente buenos entonces el profesor lanzará una moneda para decidir quién obtiene A . El otro estudiante recibe un B . Ambos quieren maximizar sus notas, la calificación de A vale 3 mientras que una de B vale 0. La siguiente matriz representa los pagos.

		J2		
		0	1	2
0		1.5, 1.5	0, 2	0, 1
J1 1		2, 0	0.5, 0.5	-1, 1
2		1, 0	1, -1	-0.5, -0.5

Figura 3:

Encuentre el único equilibrio de Nash en estrategias mixtas.

5. Hallar el conjunto de estrategias racionalizables para el siguiente juego:

		L	C	R
T		2, 1	1, 4	0, 3
B		1, 8	0, 2	1, 3

Figura 4:

(Sugerencia: Encontrar una estrategia mixta para el jugador 2 que asigne probabilidad sólo a L y C , y que domine estrictamente a R).

6. Adivinando dos tercios del promedio.

Cada una de tres personas anuncia un entero k entre 1 y K . Si los tres enteros son distintos, la persona que anunció el entero más cerca de $\frac{2}{3}$ del promedio gana 1. Si dos o más enteros son iguales, entonces el premio 1 se reparte en partes iguales entre aquellas personas cuyo entero esté más cerca de $\frac{2}{3}$ del promedio.

- a) ¿Existe algún entero k tal que (k, k, k) (todos anuncian el mismo entero) es un equilibrio de Nash? Estudiar dos cosas posibles: $k \geq 2$ y $k = 1$.
- b) ¿Existe algún equilibrio en el cual no todos los anuncios son iguales? Considere dos casos. Primero el caso en el cual existe una única mayor oferta, y luego el caso en el que existen dos mayores ofertas. Comprobar que en ambos casos un jugador cuyo oferta es la mayor tiene incentivos a desviarse.
- c) Encontrar las estrategias racionalizables.

7. Considere el siguiente juego

	a	b	c	d
w	3, 1	1, 0	0, 2	1, 1
x	1, 0	0, 10	1, 0	0, 10
y	2, 1	1, 0	0, 0	0, 0
z	0, 0	1/2, 0	3, 1	0, 0

Figura 5:

Hallar el conjunto de estrategias racionalizables.

3 de julio de 2023