Lista Ejercicios 7: Algunas Soluciones

1. *a*) Al plantear el juego en forma normal o estratégica, encuentran que los NE en estrategias puras son (L, L') y (R, R'). Como el único subjuego es el juego mismo, ambos son SPNE.

   Hay que hallar qué condiciones debe cumplir p para que los equilibrios sean PBE (si es que lo son).

   Dado p, el pago esperado del jugador 2 de jugar L' y R' es p y $1-p$, respectivamente. Por lo tanto, el jugador 2 elige L' sii $p \geq \frac{1}{2}$, de lo contrario juega R'.

   Para (L, L'). EL jugador 2 juego en el equilibrium path, y dado la estrategia, entonces debemos tener que $p = 1$ (esto también se puede deducir usando Bayes). Por lo tanto, $[(L, L'), p = 1]$ es un PBE.

   Para (R, R'), el conjunto de información del jugador 2 no se alcanza con probabilidad positiva por lo tanto, no tenemos restricción sobre p. Por lo tanto, $[(R, R'), p \leq \frac{1}{2}]$ es un PBE.

   Para ver si estos PBE son SE, tenemos que encontrar secuencias de estrategias mixtas no degeneradas y creencias consistentes con ellas que converjan al PBE. Para el caso $[(L, L'), p = 1]$, como se alcanza en equilibrio todo conjunto de información, es un SE. Para el caso $[(R, R'), p \leq \frac{1}{2}]$, podemos generar la siguiente secuencia de estrategias ($\sigma_i(a_i)$ es la probabilidad de que Ji juege a_i y $\mu_2(a_1)$ la creencia de J2 de estar en el nodo que sigue a a_1:

   $\sigma_1(R) = 1-\epsilon, \sigma_1(M) = \alpha\epsilon, \sigma_1(L) = (1-\alpha)\epsilon, \sigma_2(R') = 1-\epsilon$ (con $\alpha \in (0, 1/2]$) que converge a (R, R') cuando $\epsilon \to 0$. A su vez, $(1-p) = \mu_2(M) = \frac{\sigma_1(M)}{\sigma_1(M)+\sigma_1(L)} = \alpha$ y por tanto $[(R, R'), p \leq \frac{1}{2}]$ es un PBE consistente, y SE.

   b) Como en el juego anterior, planteando la forma normal, se encuentra que el único NE es (R, M'), que también es un SPE.

   Dado p, el pago esperado del jugador 2 de jugar L', M', R' es $3p$, 2, y $3(1-p)$.

   La pregunta es, para qué valores de p el jugador 2 jugará M', al hacer las cuentas se encuentra que $\frac{1}{3} \leq p \leq \frac{2}{3}$.

   Como el conjunto de información del jugador 2 no se alcanza con probabilidad positiva en equilibrio, entonces no hay restricciones en ese sentido sobre p.

   Por lo tanto, $[(R, M'), p \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]]$ es un PBE.

   Para ver si es un SE podemos definir la siguiente secuencia de estrategia sy creencias:

   $\sigma_1(R) = 1-\epsilon, \sigma_1(M) = \alpha\epsilon, \sigma_1(L) = (1-\alpha)\epsilon, \sigma_2(M') = 1-\epsilon$ (con $\alpha \in [1/3, 2/3]$) que converge a (R, M') cuando $\epsilon \to 0$. A su vez, $1-p = \mu_2(M) = \frac{\sigma_1(M)}{\sigma_1(M)+\sigma_1(L)} = \alpha$, y entonces $[(R, M'), p \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ es PBE consistente, y por tanto SE.

4 Considere los perfect bayesian equilibrios en el cual ambos tipos juegan quiche, el jugador 2 juega don't si observa quiche, y duel si observa beer, y $p \geq \frac{1}{2}$ la probabilidad de que el tipo sea el débil dado que el J2 observa cerveza. En estos equilibrios, el tipo t_W obtiene un pago de 3 en equilibrio. Si se desvía a cerveza, el mayor pago que puede podría obtener es 2. Por lo tanto, no es redituable desviarse para este tipo, sin importar lo que crea el jugador 2 si observa beer. Para el tipo t_S, el pago en equilibrio es 2. Si se desvía podría obtener 3 si el jugador 2 elige "don't duel" [1]. Por lo tanto, los beliefs del jugador 2 no parece razonables en este equilibrio: si recibe beer entonces cree que la probabilidad de que el jugador sea del tipo t_W es por lo menos tan alta como la probabilidad de que sea del tipo t_S, siendo que el único tipo que puede mejorar sus pagos es t_S. El criterio intuitivo de Cho-Kreps afirma que en esta situación los beliefs del jugador 2 deben ser tales que la probabilidad de que el jugador 1 sea del tipo t_W dado que observa cerveza sea 0. Por lo tanto, estos equilibrios no sobreviven al refinamiento de Cho-Kreps (ya que en equilibrio necesitamos que $p \geq \frac{1}{2}$).

Realizando un razonamiento similar para los otros equilibrios pooling (ambos tipos juegan beer), los equilibrios sobreviven el criterio.

5

30 de julio de 2023

[1] Lo cual podría darse con un $p < \frac{1}{2}$